

Mémoire présenté le :

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Senem KACMAZ

Titre Modélisation des flux en assurance de personnes

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présents du jury de l'Institut des Actuaires signature *Entreprise : Relyens*

Membres présents du jury de l'ISFA

Nom :

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : *Sylvain CARACO*

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier chaleureusement tous les membres du Département Actuariat de Relyens, qui ont contribué de de près ou de loin au succès de mon alternance.

Je voudrais remercier plus particulièrement, Monsieur Sabri BOUDRAMA, directeur de l'équipe actuariat, pour m'avoir donné l'opportunité de travailler au sein de son équipe et de m'avoir permis de réaliser mon alternance dans les meilleures conditions.

Je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères à Monsieur Sylvain CARACO, responsable de l'actuariat vie, pour sa précieuse contribution à la réalisation de ce mémoire. Je suis reconnaissante de son temps, de sa pédagogie, de son expertise et de sa grande patience. Sa présence et ses conseils ont été d'une aide inestimable tout au long de ce mémoire.

Je remercie également mon tuteur académique, Monsieur Denis CLOT, pour son suivi attentif de mes travaux et pour ses remarques pertinentes. Son soutien et ses conseils ont été très précieux pour moi tout au long de ce travail.

Résumé

Mots-clés : Modélisation, réserves, assurance de personnes, protection sociale, provision, déterministe, stochastique, projection, *business plan*, cadence historique, sinistralité, Chain-Ladder, Bornhuetter-Ferguson, Mack.

La modélisation des flux en assurance de personnes est une méthode utilisée pour prévoir les sinistres futurs et estimer les réserves nécessaires pour faire face aux sinistres. L'estimation des réserves futures est importante pour la gestion des risques et la planification des ressources car elle permet aux assureurs de mieux comprendre les tendances passées et les prévision de sinistres futurs. Cela peut également être utile pour les organismes de réglementation et les investisseurs qui s'intéressent à la solvabilité de l'assureur.

Ainsi, ce mémoire a pour objectif de modéliser les flux en assurances de personnes dans le système de protection sociale français en utilisant différentes méthodes.

Pour ce faire, un rappel a été effectué sur la protection sociale en France, l'environnement juridique qui l'encadre ainsi que les différentes provisions. Par la suite, les différents portefeuilles à disposition ont été présentés avant de pouvoir passer à leurs modélisations. Ces dernières ont été réalisées, dans un premier temps, par deux méthodes déterministes fréquemment utilisées en actuariat, qui ont permis de prévoir les flux futurs en fonction des tendances passées et des informations disponibles : la méthode Chain-Ladder et la méthode de Bornhuttter-Ferguson. Puis, dans l'objectif d'obtenir des résultats plus détaillés, une modélisation stochastique a été élaborée en s'inspirant du modèle de Mack qui est une méthode couramment utilisée en actuariat également. La modélisation stochastique a alors permis d'élaborer plusieurs scénarios de projection et donc mesurer ainsi l'effet de l'incertitude sur les résultats.

Abstract

Keywords : Modeling, reserves, life insurance, social protection, provision, deterministic, stochastic, projection, *business plan*, historical trend, claims ratio, Chain-Ladder, Bornhuetter-Ferguson, Mack.

The modeling of flows in life insurance is a method used to predict future claims and estimate the reserves necessary to face these claims. Estimating future reserves is important for risk management and resource planning, as it allows insurers to better understand past trends and forecast future claims. This can also be useful for regulators and investors who are interested in the solvency of the insurer.

Thus, the objective of this dissertation is to model the flows in life insurance in the French social protection system using various methods.

To achieve this, a reminder of social protection in France, the legal framework that governs it, and the various provisions was provided. Subsequently, the different portfolios available were presented before moving on to their modeling. These were first carried out using two commonly used deterministic methods in actuarial science, which allowed for the prediction of future flows based on past trends and available information : the Chain-Ladder method and the Bornhuttter-Ferguson method.

Then, in order to obtain more detailed results, a stochastic modeling was developed based on the Mack model, which is also a commonly used actuarial method. The stochastic modeling allowed for the development of several projection scenarios and thus measure the effect of uncertainty on the results.

Table des matières

Introduction	8
1 Mise en contexte	10
1.1 Le système de protection sociale français	10
1.1.1 Définition et histoire	10
1.1.2 La Sécurité Sociale	11
1.1.3 Le régime de protection sociale des fonctionnaires	12
1.1.4 Les acteurs complémentaires	13
1.1.5 Les différents types de contrats complémentaires	14
1.2 L’environnement juridique	15
1.2.1 La loi Évin	15
1.2.2 La loi du 8 Août 1994	16
1.2.3 Accord National Interprofessionnel et Désignation	17
1.2.4 Contrat collectif obligatoire	17
1.2.5 La notion de contrats ”responsables et solidaires”	18
1.2.6 Évolution des contrats responsables	19
1.3 Les provisions techniques	19
1.3.1 La durée de vie d’un sinistre	19
1.3.2 Les différentes provisions	20
1.3.3 Les exigences réglementaires apportées par Solvabilité II	21
2 Périmètre des travaux	23
2.1 Les différents portefeuilles	24
2.1.1 Le droit public	24
2.1.2 Le droit privé	26
2.2 Les prestations	28
2.2.1 Les garanties des agents relevant de la Fonction Publique Hospitalière	29

2.2.2	Les garanties du personnel de droit privé	31
2.3	Comparaison entre les deux secteurs	32
2.4	Les données disponibles	33
2.4.1	La table des sinistres	33
2.4.2	La table des provisions	34
2.4.3	La table client	35
2.4.4	Agrégation et mise en forme des données	35
2.4.5	La table des cotisations	36
2.4.6	Mise en relation avec le contexte	38
3	Modélisation déterministe	40
3.1	La méthode de Chain-Ladder	40
3.1.1	Principe de la méthode	40
3.1.2	Avantages et limites de la méthode	42
3.1.3	Validation empirique de la méthode	43
3.2	La méthode de Bornhuetter-Ferguson	43
3.2.1	Principe de la méthode	43
3.2.2	Avantages et limites de la méthode	44
3.3	Application des méthodes déterministes	45
3.3.1	Le portefeuille des travailleurs du privé	45
3.3.2	Le portefeuille des agents du secteur public	59
3.3.3	Résumé et calcul des règlements	64
3.3.4	Calcul des provisions	66
3.4	Ajustement des hypothèses principales	69
4	Du déterministe au stochastique	71
4.1	Le modèle de Mack	72
4.1.1	Principe de la méthode	72
4.1.2	Construction d'un intervalle de confiance	73

4.2	Modélisation de la distribution	73
4.2.1	La loi Normale	73
4.2.2	Moyenne pondérée et volatilité pondérée	74
4.2.3	Modélisation	75
4.2.4	Analyse de la corrélation entre les garanties	79
4.2.5	Introduction de la corrélation dans le modèle	82
4.2.6	Corrélation entre les deux portefeuilles	85
	Conclusion	87
	Références	91
	Table des figures	93
	Liste des tableaux	95
	Annexes	96
.1	Résultats du portefeuille privé	96
.2	Résultats du portefeuille public	98

Introduction

La protection sociale a pour objectif d'aider les individus et leurs familles, et en particulier, les ménages nécessiteux et vulnérables à affronter les crises et les chocs. Elle joue un rôle crucial dans les efforts déployés pour renforcer le capital humain chez les populations les plus vulnérables du monde. La protection sociale présente des définitions extrêmement larges et porte la caractéristique de couvrir à la fois, les notions d'assurance et de solidarité. Face aux besoins et risques sociaux, la protection sociale offre trois formes de réponses : les prestations monétaires versées directement aux ménages, les prestations de services complétant les prestations monétaires et permettant l'accès à des services fournis à prix réduits ou gratuitement et enfin, la prévention permettant de favoriser les comportements utiles à sa santé, son autonomie, sa famille...

En France, c'est la Sécurité Sociale qui incarne en grande partie la protection sociale. Organisée en branches dont chacune correspond à une branche sociale, elle permet de couvrir la couverture de premier niveau face aux risques sociaux pour l'ensemble des Français. Cependant, le régime de protection sociale des salariés du privé diffère de celui des agents de la fonction publique. En effet, la couverture de base des agents ne relève pas de la Sécurité sociale mais est à la charge de l'employeur. En outre, pour les agents relevant de la fonction publique, les garanties d'incapacité et d'invalidité sont remplacées par cinq états de durées variables avec possibilité de passage entre ces différents états.

En ce sens, la protection sociale est un sujet important à étudier pour les assurés, mais aussi pour les assureurs. Dans un contexte de forte concurrence, il est important pour l'assureur de mettre de côté de l'argent dans le but de pouvoir faire face à ses engagements vis-à-vis des assurés. De plus, l'inversion du cycle de production rend impossible à l'assureur la détermination exacte de sa richesse. En effet, l'assurance est un cycle économique inversé, selon lequel l'assureur fixe d'abord son prix de vente (la prime) avant de connaître son prix de revient, c'est-à-dire, le coût du sinistre. Ainsi, les assureurs raisonnent également en termes d'équilibre de flux. Aussi longtemps que les flux d'entrées (primes, revenus financiers etc) excèdent les flux de sorties (sinistres mis en paiement, frais de gestion et commerciaux), le système perdure.

Dans cette perspective, un *business plan* représente la manière dont une entreprise ou une activité produit des gains et de la valeur ajoutée. Afin de pouvoir estimer ses résultats sur les 5 prochaines années, l'assureur doit élaborer un *business plan* de chacune de ses branches d'activité en émettant un certain nombre d'hypothèses.

Ainsi, plusieurs méthodes existent pour estimer ces résultats. Ce mémoire va essayer de modéliser les flux de l'assureur en assurance de personnes dans le but d'obtenir une projection de ses résultats sur les 5 prochaines années. Cette modélisation se fera dans un premier temps à partir de méthodes déterministes. Puis, dans le but d'obtenir une estimation plus précise des résultats, une distribution stochastique sera introduite au niveau des hypothèses.

Tout d'abord, nous commencerons par une mise en contexte et une présentation des bases de la protection sociale en France. Puis, après avoir expliqué le fonctionnement des contrats en assurance, nous présenterons les données disponibles pour la modélisation.

Ensuite, nous verrons les méthodes principales de provisionnement qui nous permettront de modéliser les différents flux de l'assureur afin d'obtenir un premier scénario central. Enfin, on s'inspirera de la méthode de Mack afin d'introduire une distribution sur les différents paramètres du modèle en vue d'élaborer différents scénarios. Ces derniers nous permettront ainsi d'obtenir une projection plus détaillée des résultats de l'assureur sur les 5 prochaines années.

1 Mise en contexte

1.1 Le système de protection sociale français

1.1.1 Définition et histoire

La protection sociale se définit par l'ensemble des mécanismes collectifs de prévoyance qui permettent aux individus et aux familles de faire face financièrement aux conséquences des risques sociaux auxquels ils sont confrontés, c'est-à-dire aux situations pouvant provoquer une baisse des ressources ou une hausse des dépenses (vieillesse, maladie, invalidité, chômage, charges de famille, etc...).

On distingue deux logiques dans la protection sociale.

La première est une logique d'assurance, et a pour objectif de couvrir les risques sociaux par une redistribution horizontale, sans conditions de ressource. Dans cette logique, l'État opère une mutualisation nationale obligatoire des risques sociaux et est ainsi financée par les cotisations sociales (des salariés et des employeurs).

La deuxième logique est une logique d'assistance qui permet la couverture des risques sociaux des plus démunis, par une redistribution horizontale, et a donc pour objectif de réduire les inégalités. Versées sous condition de ressources, les prestations sociales sont financées par des impôts et des taxes proportionnels et progressifs.

Un risque est une situation ou un événement qui perturbe le bien-être économique d'un ménage en augmentant ses dépenses et/ou en réduisant ses ressources.

Les risques peuvent être de différentes natures :

- Origine professionnelle : accidents du travail, maladies professionnelles
- Origine non-professionnelle : vieillesse, invalidité, maladie, maternité, décès, veuvage
- Origine économique : chômage

Hormis la mise en place du premier "régime de retraite" des marins en 1673, il n'existait pas de système de protection sociale institutionnalisée jusqu'au 19e siècle. La protection sociale était alors assurée par les œuvres de charité, l'église.

Puis, il a fallu attendre 1898, pour que la protection sociale prenne réellement son origine avec la première loi d'assurance sociale sur les accidents du travail et des salariés de l'industrie.

En France, le système de protection sociale vise à uniformiser et à généraliser l'accès à la sécurité sociale, puis élargir les risques couverts. Ce n'est qu'au lendemain de la Seconde Guerre mondiale, en 1945, que la protection sociale a été définie, telle que nous la connaissons

aujourd'hui, avec les ordonnances du 4 et 19 octobre, créant ainsi la Sécurité Sociale. Ces ordonnances ont alors fusionné toutes les anciennes assurances pour créer un service public de l'État, ayant pour objectif de permettre à chaque Français, un accès aux mêmes soins de base. La loi du 22 mai 1946 pose ainsi le principe de généralisation de la Sécurité Sociale à l'ensemble des populations basée sur le travail et le versement de cotisations assises sur le salaire. En parallèle, la loi laisse subsister plus d'une centaine de régimes spéciaux, non intégrés dans le régime général. Les fonctionnaires en font partie : le statut de la fonction publique est un régime spécial de protection sociale.

1.1.2 La Sécurité Sociale

En France, la protection sociale englobe la sécurité sociale, l'aide sociale et l'action sociale, l'assurance-chômage et les institutions de protection complémentaire et supplémentaire. Par conséquent, de nombreuses contributions y participent. Le premier niveau de la protection sociale est tenu par la sécurité sociale qui peut être définie comme "une institution ou un ensemble d'institutions ayant pour objectif de garantir la sécurité économique des individus de toute condition pécuniaire, et prévenir et protéger ceux-ci contre les "risques sociaux". Elle est destinée à assister financièrement ses bénéficiaires qui rencontrent différents événements coûteux de la vie.

La Sécurité Sociale est constituée de plusieurs régimes :

- Le régime général : salariés et travailleurs assimilés à des salariés, soit environ 80% de la population. Il est géré par la Caisse Nationale d'Assurance Maladie, CNAM ;
- Le régime des travailleurs non-salariés non-agricoles : artisans, commerçants et professions libérales. Il est également géré par la CNAM ;
- Le régime agricole : exploitants et salariés agricoles, ainsi que certains secteurs rattachés à l'agriculture (comme l'industrie agroalimentaire). Il est géré par la caisse centrale de la Mutualité Sociale Agricole, MSA.

Il existe également des régimes spéciaux, antérieurs au régime général et qui ont refusé de s'y fondre lors de sa création, comme :

- Caisses de prévoyance et de retraite SNCF (CPR SNCF) ;
- Caisse d'assurance-vieillesse, invalidité et maladie des cultes (CAVIMAC) ;
- Caisse de retraite et de prévoyance des clercs et employés de notaires (CRPCEN) ;
- Caisse nationale militaire de sécurité sociale (CNMSS) ;
- Caisse des Français à l'étranger (CFE) ;
- Régime Alsace-Moselle, etc....

La protection sociale était à l'origine financée exclusivement par des cotisations. Le financement s'est diversifié dans les années 1990 avec la CSG et d'autres impôts. Aujourd'hui, les ressources de la Sécurité sociale se répartissent en trois grandes catégories :

- Les cotisations sociales (environ 60% des recettes) ;
- La CSG (environ 20% des recettes) ;
- Autres impôts et taxes (environ 13% des recettes) ;
- Autres sources (transferts en provenance de l'État, autres organismes, autres régimes, etc...).

D'un point de vue fonctionnel, l'organisation actuelle de la Sécurité Sociale résulte de l'ordonnance de 1967 qui instaure la séparation de la Sécurité Sociale en 4 branches autonomes. Chaque branche est alors responsable de ses ressources et de ses dépenses :

- Branche "Maladie" (maladie, maternité, paternité, invalidité, décès) ;
- Branche "Accidents du travail et Maladies professionnelles" ;
- Branche "Vieillesse et veuvage" (retraite) ;
- Branche "Famille" (dont handicap, logement, RSA...).

1.1.3 Le régime de protection sociale des fonctionnaires

Contrairement au personnel du secteur privé, la situation des fonctionnaires n'est pas régie par un contrat. Les fonctionnaires sont placés sous un régime de droit public. Ainsi, le régime de protection sociale des fonctionnaires s'appuie sur des dispositifs prévus pour couvrir les risques santé et prévoyance. En ce sens, le référencement de mutuelles auprès des différents ministères a été mis en place en 2007 pour la Fonction Publique d'État, et en 2011 pour la Fonction Publique Territoriale via la labélisation des contrats.

Un fonctionnaire en activité cumule des droits sociaux de deux natures distinctes : droits à congé maladie et à congé pour invalidité temporaire imputable au service du statut général des fonctionnaires avec maintien total ou partiel de la rémunération, d'une part, et droits de son régime spécial de sécurité sociale avec l'octroi de prestations en espèces de sécurité sociale, d'autre part. Dans les deux cas, les prestations sont versées par les employeurs publics.

En vertu de leur régime spécial de sécurité sociale, les fonctionnaires en activité bénéficient de prestations au moins égales à celles prévues par le régime général de la sécurité sociale. Lorsque le montant du traitement à verser, en application des droits statutaires ou du régime général de sécurité sociale, est plus avantageux pour l'agent, son employeur lui verse soit exclusivement le premier, soit le premier accompagné d'une indemnité différentielle qui porte son montant au niveau du second.

1.1.4 Les acteurs complémentaires

La sécurité sociale et l'assurance-chômage représentent la couverture de base de la protection sociale. L'assurance complémentaire, quant à elle, est composée de deux familles :

- Les organismes à but non-lucratif :
 - Les mutuelles qui relèvent du code de la mutualité ;
 - Les Institutions de Prévoyance (IP) qui relèvent du code de la Sécurité Sociale ;
- Les compagnies d'assurances qui relèvent du code des assurances.

Chacune est régie par des réglementations différentes, mais reste tout de même relativement similaire en termes de " technique et gestion financière " .

En dehors de ces acteurs, nous pouvons également trouver des intervenants du marché tel que les entreprises de conseil et d'audit, les gestionnaires et les courtiers.

Les cabinets de conseils et d'audit ne sont pas des intermédiaires au contrat, ils vont apporter une assistance à l'assureur ou au courtier.

Les gestionnaires, également, ne sont pas des intermédiaires, ils sont chargés de la gestion administrative des contrats, soit en étant rattachés à un cabinet de courtage, soit en étant indépendants.

Enfin, les courtiers apporteurs sont des travailleurs indépendants et interviennent comme intermédiaires entre l'entreprise et la compagnie d'assurance.

Dans le secteur privé, la protection sociale complémentaire revêt un caractère collectif et obligatoire. Alors que la protection sociale complémentaire est un sujet d'importance pour tous les agents publics, leur situation est très différente de celle des salariés du privé. Dans le secteur public, tout agent est libre d'adhérer à une protection sociale complémentaire ou non. De plus, une autre particularité de la protection sociale des agents, est qu'en général, les employeurs peuvent choisir ou non de participer au financement, et ce, selon des modalités différentes selon les versants.

La protection sociale complémentaire des agents publics relève de dispositifs facultatifs mis en place par les employeurs publics au bénéfice de leurs agents titulaires et contractuels, actifs comme retraités. Ces dispositifs sont encadrés par l'article 22 bis de la loi n° 83-634 du 13 juillet 1983.

Publiée le 18 février 2021, la réforme en cours est posée par l'Ordonnance "relative à la protection sociale complémentaire dans la fonction publique" en application de l'article 40 de la loi du 6 août 2019 dite de "transformation publique". Entamée dès les années 1980, cette

réforme vient ajuster une longue série d'ajustements avec deux points clés : le passage de contrats à adhésion individuelle à des contrats à adhésion collective, et l'ouverture du marché à l'ensemble des familles de l'assurance.

1.1.5 Les différents types de contrats complémentaires

Les contrats de prévoyance complémentaire

Au sein des différents contrats de prévoyance, on a une distinction entre contrat de prévoyance collective et contrat de prévoyance individuelle. La "prévoyance collective" permet de couvrir un groupe de personnes qui ont un lien objectif entre elles, ce groupe étant représenté par une personne morale qui va signer le contrat, comme par exemple, les salariés d'une entreprise. Il y a plusieurs intervenants dans un contrat de prévoyance collective :

- Le souscripteur : une personne morale qui signe le contrat et paie les cotisations ;
- Les affiliés : l'ensemble des personnes appartenant au groupe assurable ;
- Les assurés : les personnes soumises au risque ;
- Les bénéficiaires : les personnes susceptibles de recevoir les prestations.

Autrement dit, le salarié bénéficiaire du contrat n'est pas le souscripteur car ce n'est pas lui qui signe le contrat. Ce dernier s'impose à lui, car il est mis en place par l'entreprise, qui elle est le souscripteur du contrat.

Il existe 4 différentes manières de mettre en place un contrat de prévoyance collective qui sont (allant de la puissance juridique la plus forte à la plus faible) : la convention collective nationale (CCN), l'accord de l'entreprise, le référendum ou encore la décision unilatérale de l'employeur (DUE).

En dehors de ce type de contrat, l'assuré peut également souscrire une garantie auprès d'un assureur : on parle alors de prévoyance individuelle. Dans ce type de contrat, il y a également la notion de souscripteur, d'assuré et de bénéficiaire.

Les contrats des complémentaires santé

Au sein des contrats en complémentaire santé, il y a également une distinction entre le caractère individuel ou collectif du contrat.

Les contrats collectifs sont souscrits par un employeur au titre de ses salariés, qui peut être soit à adhésion obligatoire, soit à adhésion facultative. Dans le premier cas, les salariés ont l'obligation de souscrire au contrat proposé, et dans le deuxième cas, le contrat est souscrit par l'entreprise, mais l'adhésion reste à titre individuel. Comme en prévoyance individuelle,

les assurés peuvent également souscrire une complémentaire santé à titre individuel.

1.2 L'environnement juridique

Les contrats d'assurance collectifs de prévoyance complémentaire ont une forme particulière, car ils font intervenir trois parties : le souscripteur, les affiliés et les assurés. En signant le contrat, l'entreprise stipule des garanties au profit de ses salariés. Cette particularité unique de l'assurance collective a nécessité que le législateur se penche tant sur la clarification du rôle de l'employeur que sur le fait de renforcer la protection des salariés bénéficiaires. Nous verrons dans un premier temps les évolutions réglementaires en prévoyance, puis en santé. Cependant, la réglementation évoluant constamment, il ne s'agit que des principales évolutions.

1.2.1 La loi Évin

La loi Évin est un texte fondateur, car il est le premier texte qui fixe un cadre relatif à l'assurance collective de prévoyance qui vient limiter la liberté contractuelle des parties : assureur, entreprise et salariés.

Adopté par l'Assemblée nationale et le Sénat le 31 décembre 1989, cette loi renforce trois points primordiaux :

- En cas de rupture du contrat de prévoyance, les garanties en cours de l'assuré sont conservées ;
- En cas de décès de l'assuré, les droits des assurés sont améliorés notamment en ce qui concerne le maintien des garanties de l'ayant droit ;
- La loi Évin renforce la protection des assurés en obligeant les assureurs à se constituer des réserves et des provisions pour honorer leurs engagements pris envers les assurés.

Ce texte s'applique aussi bien aux régimes de prévoyance collective (à adhésion obligatoire ou facultative) qu'aux régimes de prévoyance individuelle.

Ce texte est composé de plusieurs articles dont les obligations sont :

- Au moment de la souscription/adhésion du contrat d'assurance (art. 2 et 3) :
 - Pas de possibilité pour l'assureur d'exclure une maladie antérieure à la signature du contrat ;
 - Obligation de garantir l'ensemble des pathologies ou affections qui ouvrent droit à des prestations en nature de l'assurance maladie du régime général de la Sécurité sociale.
- En cas de cessation du contrat de travail d'un salarié bénéficiant d'une rente d'inca-

- pacité ou d'invalidité, d'une pension de retraite ou d'un revenu de remplacement (art. 4) : l'assureur a l'obligation de maintenir la couverture "frais de santé" en proposant un nouveau contrat à adhésion facultative ou individuelle ;
- Au moment de la résiliation du contrat d'assurance (art. 7 et 7-1) : l'assureur résilié doit maintenir de verser les prestations immédiates relatives à l'incapacité ou invalidité déclarée avant la résiliation, et également la garantie décès en cas d'incapacité ou d'invalidité à la date de la résiliation du contrat, dès lors que le décès intervient avant le terme de la période d'incapacité ou d'invalidité telle que contractuellement prévue ;
 - L'assureur doit constituer des garanties financières en appliquant des règles prudentielles ;
 - Remise à l'adhérent, d'une notice individuelle détaillée qui définit notamment les garanties prévues et leurs modalités d'application (art. 12) et remise annuelle d'un rapport sur les comptes du régime de prévoyance (art. 15).

1.2.2 La loi du 8 Août 1994

Cette loi est commune à tous les codes : Code des Assurances, des Mutuelles, Sécurité Sociale. Elle est donc commune à l'ensemble des organismes assureurs. Il s'agit de la revalorisation des prestations versées par l'assureur. En effet, les contrats prévoient la revalorisation annuelle des rentes versées. Par exemple, on garantit une évolution annuelle des rentes en fonction de l'évolution de la valeur du point AGIRC.

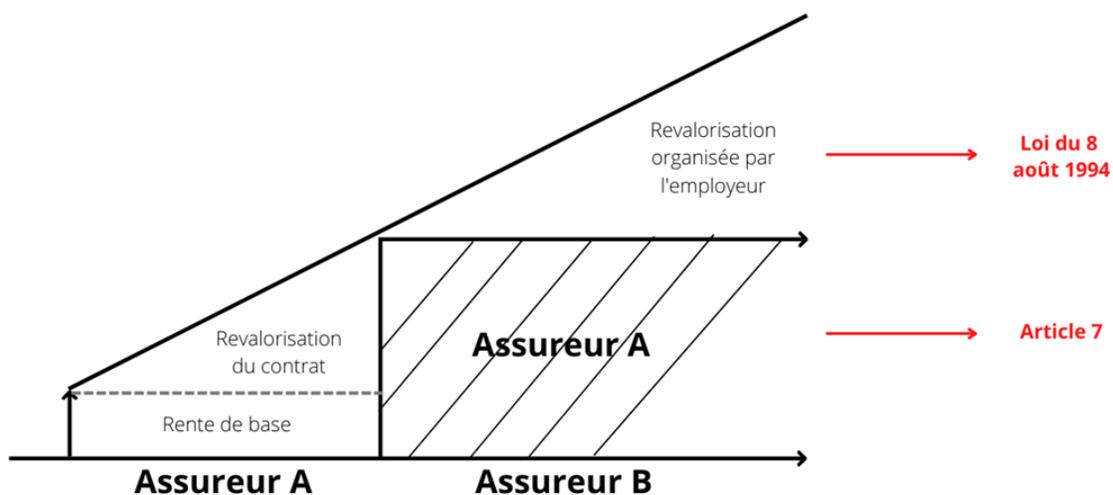


FIGURE 1 – La revalorisation des rentes

L'assureur verse la rente de base et tous les ans, la rente est revalorisée. En cas de résiliation du contrat, la loi Évin oblige l'assureur à maintenir les garanties au niveau atteint à la date de résiliation du contrat (sans nouvelle revalorisation).

La loi du 8 août 1994 impose alors à l'employeur d'organiser la revalorisation des rentes en cas de changement d'assureur, après la résiliation du contrat.

1.2.3 Accord National Interprofessionnel et Désignation

En dehors de ces deux textes réglementaires, on a également d'autres dispositions en termes de protection des assurés, des assureurs et des entreprises.

Parmi ces dispositions, on trouve par exemple, l'article 14 de l'ANI (Accord National Interprofessionnel) du 11 janvier 2008 qui prévoit un dispositif de portabilité des droits santé et prévoyance, permettant le maintien des garanties existantes dans l'entreprise, pour les salariés quittant leur entreprise (sauf démission) et bénéficiant de l'assurance chômage. Depuis le 1er juin 2014 pour la santé et 1er juin 2015 pour la prévoyance, ce maintien des garanties évolue avec la loi de sécurisation de l'emploi du 14 juin 2013. Ainsi, depuis le 1er juin 2014 pour la santé, la portabilité des droits du salarié devient une obligation légale à laquelle sont soumises toutes les entreprises. Pour bénéficier du maintien de garanties dans le cadre de la portabilité des droits, le salarié doit remplir les conditions suivantes :

- Être indemnisé par le régime d'assurance chômage (ce qui exclue la démission) ;
- Ne pas avoir été licencié pour faute lourde ;
- Justifier d'un dernier contrat de travail d'une durée minimale.

Enfin, la désignation d'organismes assureurs par les partenaires sociaux au sein des conventions collectives, aux fins d'une mutualisation dans la profession de la couverture des risques de prévoyance/santé, est désormais interdite, car elle est déclarée inconstitutionnelle. Le Conseil constitutionnel a décidé le 13 juin de l'inconstitutionnalité de l'article L.912-1 du Code de la Sécurité Sociale sur le fondement duquel les entreprises pouvaient être contraintes de résilier leur contrat d'assurance pour adhérer à un organisme désigné par les partenaires sociaux, depuis 1994. Les entreprises devront alors attendre la fin de la désignation en cours (très souvent 5 ans) pour changer, si elles le souhaitent d'organisme assureur.

1.2.4 Contrat collectif obligatoire

Afin d'encourager les employeurs à développer au profit de leurs salariés des garanties de retraite supplémentaire et prévoyance complémentaire, la loi Fillon de 2003 a mis en place le

caractère obligatoire des contrats collectifs.

Cette loi oblige à prendre en compte les trois éléments suivants :

- Des garanties identiques à l'intérieur de chaque catégorie ;
- La contribution de l'employeur doit se faire à un taux ou montant uniforme pour l'ensemble des salariés (à l'exception de quelques cas particuliers comme les apprentis par exemple) ;
- Respecter la couverture de l'ensemble des salariés.

1.2.5 La notion de contrats "responsables et solidaires"

En 2002, les contrats "solidaires" ont été établis et sont accessibles à tous. Pour qu'un contrat soit solidaire, il ne doit pas discriminer les assurés selon leur état de santé, et, le tarif des cotisations reste le même, à âge égal, quel que soit l'état de santé de l'assuré.

Puis, le 13 août 2004, la loi Douste-Blazy relative à l'Assurance Maladie introduit les "contrats responsables". Cette loi a défini le parcours de soin coordonné autour des médecins traitants. Elle a aussi instauré des franchises et la contribution forfaitaire de 1€ par acte. Les contrats « responsables » sont entrés en vigueur au 1er avril 2015 avec le décret 2014-1374 paru le 18 novembre 2014. Pour qu'un contrat soit responsable, il doit respecter un certain nombre de contraintes comme par exemple :

- Prendre en charge l'intégralité du ticket modérateur pour tous les actes sauf pour les médicaments homéopathiques, les cures thermales et les médicaments remboursés à hauteur de 30% ou 15% par l'assurance maladie ;
- Ne pas prendre en charge la participation forfaitaire de 1€ et autres franchises médicales (médicales, auxiliaires médicaux, transports) ;
- Ne pas prendre en charge les dépassements d'honoraires sur les actes cliniques et techniques autorisés en cas de non-respect du parcours de soins ;
- Rembourser sans limitation de durée et intégralement, le forfait journalier hospitalier qui correspond aux frais d'hébergement non pris en charge par l'Assurance Maladie ;
- Respect des plafonds des garanties...

Cependant, le régime fiscal et social des contrats responsables est plus favorable. Ils permettent par exemple, de bénéficier d'un taux de taxation de 13,27% alors qu'elle est de 20,27% pour les contrats non-responsables. De plus, les contrats responsables bénéficient d'une exonération des charges sociales pour les cotisations versées par l'employeur dans la limite d'un certain plafond si le contrat est collectif et obligatoire. Enfin, le salarié bénéficie d'une déduction de la part salariale dans le calcul de l'impôt sur le revenu. Aujourd'hui, la

quasi-totalité des contrats de santé sont solidaires et responsables.

1.2.6 Évolution des contrats responsables

La réforme 100% Santé a fait évoluer la notion de contrat "responsable" avec une obligation de reste à charge nul pour les actes du panier de soins dont les domaines sont précisés dans l'article L. 871-1 du code de la Sécurité Sociale. Les postes de santé qui sont concernés sont l'optique, le dentaire et les aides auditives. L'objectif de cette réforme est de faciliter l'accès aux soins, mais aussi de simplifier la compréhension et la comparaison des garanties complémentaires santé.

1.3 Les provisions techniques

1.3.1 La durée de vie d'un sinistre

La vie d'un sinistre peut se découper en différentes étapes qui peuvent se résumer par :

- La date de survenance du sinistre : c'est la date de réalisation du risque couvert par le contrat d'assurance. La survenance du sinistre entraîne certaines obligations pour chacune des parties. D'une part, l'assuré doit déclarer le sinistre et, d'autre part, l'assureur doit régler le sinistre.
- La déclaration de sinistre à l'assureur (exercice de déclaration) : selon l'article L. 113-2 du Code des assurances, l'assuré n'a qu'une seule obligation en cas de sinistre. Il doit le déclarer à l'assureur dans un certain délai, afin que la garantie soit activée.
- Le règlement des indemnités (exercice de règlement) : l'assureur dispose d'un délai contractuellement déterminé pour indemniser (en une ou plusieurs fois) l'assuré, une fois le montant fixé. La période de règlement peut être prolongée en raison de désaccords entre les parties, ce qui peut entraîner des poursuites judiciaires.
- La clôture du sinistre : cette dernière étape intervient une fois que l'assuré ou le tiers a été intégralement indemnisé. L'assureur est en droit de réclamer aux responsables ou à leurs assureurs le montant des sommes versées.

On peut résumer les différentes étapes de la vie d'un sinistre sur le schéma suivant :

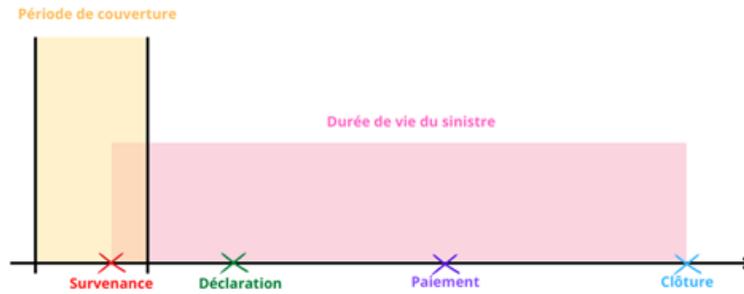


FIGURE 2 – La durée de vie d'un sinistre

Finalement, comme l'exercice de paiement des sinistres peut différer de quelques années de celui de l'encaissement des primes, et aussi à cause de l'inversion du cycle de production (l'assureur connaît à priori son chiffre d'affaires mais pas ses primes), la compagnie doit se constituer des réserves ou des provisions techniques à l'aide des primes relatives à un exercice pour pouvoir régler les sinistres survenus au cours de cet exercice une fois que les montants seront connus.

1.3.2 Les différentes provisions

Divers éléments font que l'assureur peut ne pas connaître le coût final d'un sinistre directement au moment de la déclaration du sinistre : l'estimation du coût final peut évoluer dans le temps, le dossier sinistre peut être rouvert, l'évaluation du coût du sinistre peut être longue, la durée de versement d'une prestation peut être incertaine, etc....

Les incertitudes dans le calcul des provisions proviennent de la méconnaissance du montant final versé et des dates de versement. Des facteurs externes ont également une influence sur le montant de la provision finale : évolution de la politique de souscription, évolution de la gestion des sinistres, inflation, évolution réglementaire. . .

Ainsi, pour faire face à la perte générée par les indemnités futures, l'assureur doit constituer des réserves. Le provisionnement de manière générale, consiste à constituer des réserves. Les provisions techniques matérialisent la capacité de l'institution à faire face au règlement intégral des engagements pris vis-à-vis des assurés et représentent la part la plus importante du passif d'une entreprise d'assurance.

Les provisions techniques sont constituées à la date de l'inventaire (généralement le 31 décembre) et il existe plusieurs types de provisions :

- Provisions pour primes non acquises (PPNA) : les contrats d'assurance non-vie prévoient

des garanties d'un an et la prime est payée au début de la période de couverture, mais cette période ne coïncide généralement pas avec l'exercice comptable. Ainsi, à la fin de l'exercice, une partie des primes versées au cours de cet exercice est destinée à couvrir les sinistres de la période de l'exercice suivant : il s'agit de la PPNA qui est calculée au prorata-temporis.

- La provision pour risques courants (PREC) : c'est une provision complémentaire au PPNA et l'objectif est de faire face à d'éventuelles insuffisances des tarifs, dues à des erreurs d'estimation des modèles. Elle est destinée à couvrir tous les sinistres et dépenses (y compris les frais d'administration) liés aux contrats d'assurance en cours excédant les primes non acquises.
- Provisions pour sinistres à payer (PSAP) : selon le code des assurances, il s'agit de la valeur estimée des charges en principal et en charges, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus (appelés ou inconnu de l'assureur) et non encore payé. Il s'agit des engagements de l'assureur envers les assurés pour les sinistres survenus avant la date de l'inventaire. Le PSAP peut être décomposé en trois types :
 - Les sinistres dont l'évaluation est définitive et connue et dont seul le cash-flow doit être généré.
 - Les sinistres dont l'évaluation n'est pas définitive et pour lesquels des règlements partiels ont ou n'ont pas été effectués.
 - Sinistres survenus avant la date du bilan mais dont la société n'avait pas connaissance à cette date. Il s'agit de sinistres tardifs (Incurred But Not Reported Reserve : IBNR).

1.3.3 Les exigences réglementaires apportées par Solvabilité II

Les années 2000 ont marqué un tournant pour les assureurs français. En effet, de nouveaux concepts se sont imposés aux organismes assureurs, et ces derniers ont donc dû faire face à une modification profonde de leur approche des risques. Par exemple, on trouve parmi ces exigences, la comptabilisation en juste valeur, prônée par l'IASB dans les normes IFRS, ou encore une approche économique retenue pour l'évaluation des provisions dans la réforme prudentielle Solvabilité II.

La principale différence entre l'assurance non-vie et l'assurance vie est la survenance effective du sinistre, qui est le plus souvent certaine en assurance vie, alors qu'elle n'est que probable (avec une probabilité comprise entre 0 et 1) en assurance non-vie. De plus, en assu-

rance non-vie, le coût du sinistre est rarement connu, ce qui est une autre particularité. Dans le secteur de l'assurance, le cycle de production est inversé : les sinistres sont réglés après paiement des primes. Ainsi, les assureurs connaissent à l'avance leurs revenus (primes perçues), mais ne connaissent pas leurs dépenses (coûts des sinistres futurs). Ils sont tenus de constituer des réserves ou des provisions techniques, aux rythmes d'une année donnée, pour faire face à leurs engagements. Pour cette raison, les organismes en France disposent d'un code comptable spécifique. Basé sur des méthodes statistiques encadrées par la réglementation, ce modèle local français impose que les provisions techniques soient calculées de manière prudente.

Ainsi, avec la mise en place de la réforme Solvabilité II le 1er janvier 2016, les assureurs ont longtemps été mobilisés sur le sujet. En effet, une approche économique a été retenue pour l'évaluation des passifs au niveau du bilan prudentiel défini par Solvabilité II. Celle-ci vise à assurer une communication financière homogène et transparente au niveau européen. Les passifs sont valorisés au montant pour lequel ils pourraient être transférés ou réglés dans le cadre d'une transaction conclue dans des conditions d'assurance et de réassurance normales, entre des parties informées et consentantes. La valeur des provisions techniques devrait être égale à la somme de la meilleure estimation (le *Best Estimate*) et d'une Marge de risque.

2 Périmètre des travaux

Relyens est un groupe mutualiste européen dans le domaine de l'assurance de la gestion des risques. Fondée à Lyon en 1927 par des directeurs d'hôpitaux, la société hospitalière d'assurance mutuelle est spécialisée dans la couverture des établissements de santé et médicaux-sociaux : établissements, organisations et professionnels, personnes morales comme personnes physiques. Sa mission est de contribuer à la sécurisation des missions d'intérêt général des acteurs de Santé et des Territoires.

Elle propose principalement des produits d'assurance en responsabilité civile médicale, protection juridique, pertes financières et risques professionnels.

Le groupe intervient au travers de trois marques fortes : SHAM (partenaire des acteurs de la santé), SOFAXIS (acteur majeur en assurance des risques statutaires et en protection sociale auprès des acteurs territoriaux) et NEERIA (société de consulting dédiée aux univers de la Santé et des Territoires). Relyens se démarque par sa dimension européenne implantée en France, en Italie, en Allemagne et en Espagne.

Il a pour ambition d'être reconnu par les acteurs de la santé, de l'action sociale et de l'action territoriale, comme étant le groupe mutualiste européen de référence en management et couverture des risques. Le groupe s'appuie sur de multiples domaines professionnels en assurance, en courtage, en conseil et en service. Relyens s'engage chaque jour à travers différentes actions auprès de ses clients avec par exemple, la prévention des risques, des démarches d'optimisation de services...

Ce mémoire a été réalisé au sein de la branche d'assurance de personnes qui regroupe les assurances santé Non-Vie et l'assurance Vie. Les assurances de personnes, par opposition aux assurances de biens, ont pour objet de garantir collectivement, ou individuellement la personne humaine. Elles couvrent les risques d'atteinte à l'intégrité physique, comme les accidents corporels, la maladie, ou encore à l'existence comme la vie.

Les clients et sociétaires de l'assureur sont très variés : on y trouve des hôpitaux publics, des cliniques privées, des médecins, des structures d'hébergement, des structures du handicap et du social... De ce fait, l'assureur possède deux portefeuilles en assurance santé/prévoyance collective qui sont distincts. Pour cette raison, nous avons séparé notre étude en deux pour chacun des portefeuilles. Le premier est relatif au personnel hospitalier de droit privé. Tandis que le second est composé par des agents relevant de la Fonction Publique.

Le portefeuille d'assurance de personnes, traité dans le cadre de ce mémoire est donc organisé ainsi :

- Un portefeuille collectif d'agents de la fonction publique rattachés à des établissements hospitaliers publics ;
- Un portefeuille collectif de salariés du privé rattachés à des établissements hospitaliers privés.

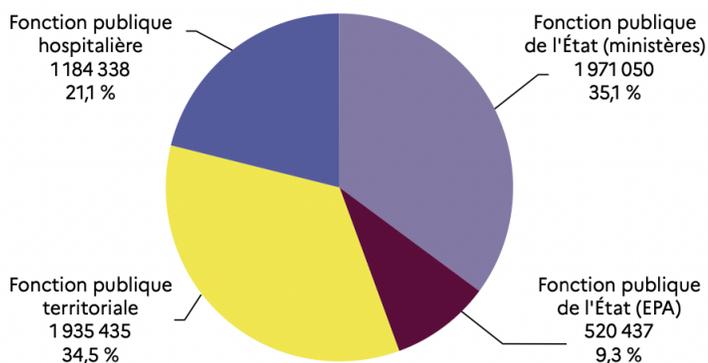
2.1 Les différents portefeuilles

Dans cette section, nous détaillerons le portefeuille de l'assureur qui est composé ainsi :

- Le portefeuille de la fonction publique ;
- Le portefeuille des salariés du privé qui est lui-même divisé en deux sous-portefeuilles :
 - La prévoyance ;
 - La santé.

2.1.1 Le droit public

En France, un fonctionnaire représente un salarié sur cinq. La fonction publique se découpe alors en trois catégories : l'État, les collectivités territoriales et les hôpitaux publics. Cette répartition est reprise dans le graphique ci-dessous :



Source : Siasp, Insee. Traitement DGAFP - SDessi.

FIGURE 3 – Répartition du secteur public, 2019

Ces trois sous-divisions ont vu leur statut général unifié par la loi du 13 juillet 1983 (titre I - statut général), tout en gardant certaines spécificités propres à leurs secteurs et donc régies par des conditions particulières. Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéressons à la fonction publique hospitalière régie par le titre IV pour les fonctionnaires hospitaliers. Les agents

contractuels de droit public ne sont pas donc pas soumis aux dispositions du code du travail. Ces trois branches sont elles-mêmes découpées en de nombreuses branches qui correspondent à divers métiers. Par exemple, une majorité des fonctionnaires de la fonction publique d'État exercent leur métier dans les établissements publics d'enseignements, et la fonction publique territoriale regroupe le personnel issu des collectivités territoriales des structures intercommunales des établissements publics et des offices publics d'HLM.

Au sein de la fonction publique hospitalière, nous pouvons trouver des métiers comme : les infirmiers, les aides-soignants, les Maïeuticiens, les agents des services hospitaliers (A.S.H), les personnels éducatifs et sociaux, etc... Cette catégorie représente environ un million de personnes et elle est définie par la loi du 9 janvier 1986. Elle regroupe tous les agents travaillant dans les établissements publics suivant :

- Les services départementaux de l'aide sociale à l'enfance ;
- Les maisons de retraite ;
- Les établissements d'hospitalisation ;
- Les établissements pour mineurs ou adultes handicapés ou inaptes ;
- Les centres d'hébergement et de réadaptation sociale.

Ce mémoire se limite aux risques du personnel de la branche assurance de personnes de la fonction publique hospitalière. Il ne concerne que le personnel médical (infirmiers, sage-femmes, agents de maintiens. . .) affilié à la Caisse Nationale de Retraites des Agents des Collectivités Locales (CNRACL) et non de l'Institution de Retraite Complémentaire des Agents Non Titulaires de l'État et des Collectivités publiques (IRCANTEC). La CNRACL est le régime de la Sécurité Sociale créé en 1945, et est chargée de l'assurance vieillesse des fonctionnaires de la Fonction Publique Territoriale et de la Fonction Publique Hospitalière. En 2020, elle couvrait environ 1,4 millions de pensionnés dont 55% de territoriaux et 45% d'hospitaliers.

Pour les agents qui relèvent de la fonction publique hospitalière, il n'est pas prévu de clause de participation à la protection sociale complémentaire. Cependant, ces derniers disposent de certains avantages comme la prise en charge des frais d'hospitalisation dans la limite de 6 mois, des soins médicaux, ou encore des produits pharmaceutiques pour usages personnels.

2.1.2 Le droit privé

La deuxième partie du portefeuille de l'assureur est composée par les travailleurs de droit privé qui sont soumis aux dispositions du code du travail et aux stipulations de leur contrat, contrairement aux agents contractuels de droit public.

Lorsqu'une entreprise ou une organisation n'est pas gérée par l'État, elle appartient au secteur privé. Mis à part les entreprises commerciales, les associations sans but lucratif sont également incluses dans cette catégorie.

Dans le secteur privé, on y trouve principalement :

- Des entreprises privées ;
- Des fonds d'investissement et des banques à capitaux privés ;
- Des organisations non-gouvernementales ;
- Des associations, des coopératives et des mutuelles santé.

A la fin de l'année 2021, la France comptait 18 651 311 salariés et 1 885 359 établissements qui relèvent du droit privé.

Nous pouvons voir dans les graphiques suivants, le classement des activités du secteur privé par nombre de salariés et par nombre d'établissements :

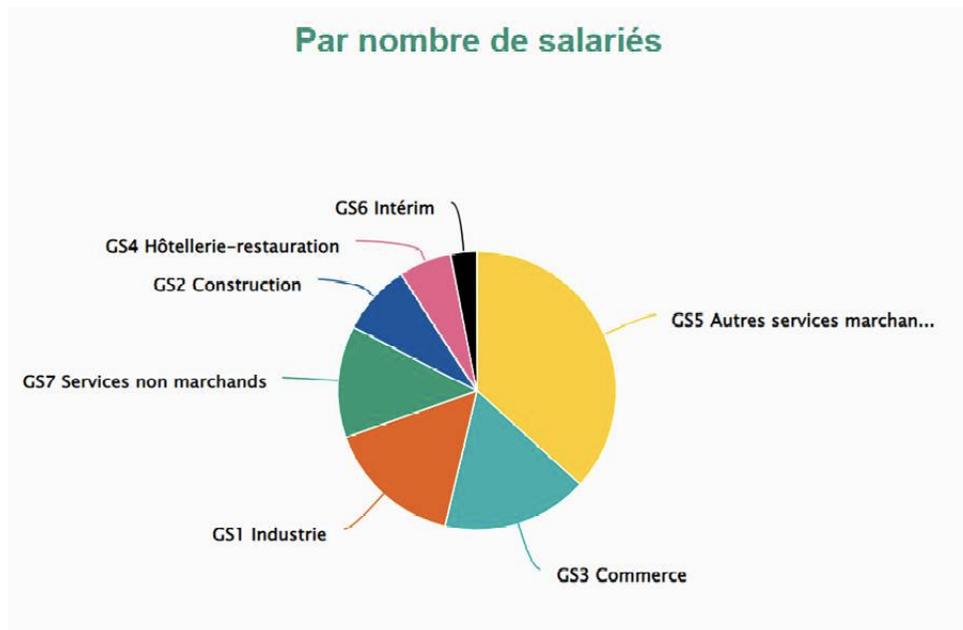


FIGURE 4 – Répartition du secteur privé par activité, 2021

Par nombre d'établissements

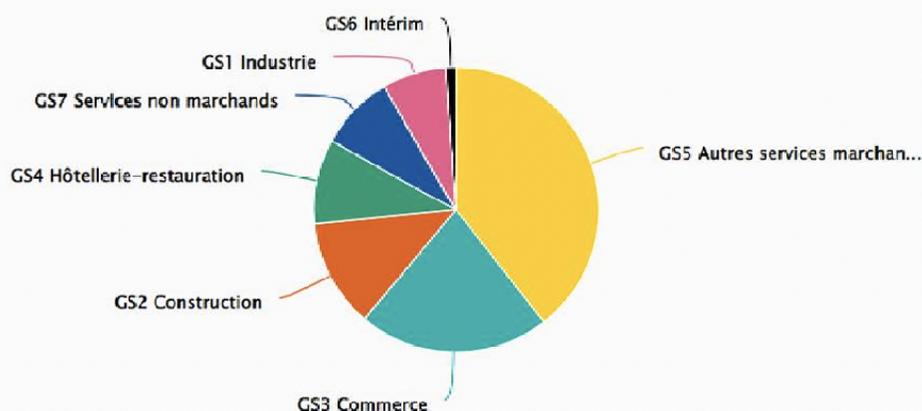


FIGURE 5 – Répartition du secteur privé par établissement, 2021

Dans ce mémoire, nous nous intéressons aux établissements privés de santé qui sont des personnes morales de droit privé qui peuvent être de deux types : soit à but lucratif, soit à but non-lucratif.

Qu'il s'agisse d'un établissement public ou privé, le contrôle est exercé par l'Inspection de la santé composée de médecins inspecteurs de la santé rattachés aux directions départementales ou régionales des affaires sanitaires et sociales.

Les établissements de santé privés à but non-lucratif sont au nombre de 700, et regroupent 58 436 lits selon les Statistiques d'activité des établissements de santé de la Drees en 2010. Dès lors que les établissements privés à but non-lucratif assurent le service public hospitalier (qui est d'ailleurs le cas pour la majorité d'entre eux), ces derniers peuvent être qualifiés d'établissements de santé privés d'intérêt collectif (ESPIC), depuis la loi du 21 juillet 2009 appelée loi « Hôpital, Patients, Santé, Territoires » (HPST). Ces établissements sont gérés par une personne morale de droit privé comme une association, une fondation, une congrégation ou une mutuelle, et ne sont pas soumis à des contraintes pour leur organisation interne. Ils ne sont pas astreints aux règles des marchés publics et leur comptabilité est de droit privé, mais en revanche leur mode de financement est le même que celui des hôpitaux publics, et partagent les mêmes valeurs et principes :

- égal accès à des soins de qualité pour tous ;
- permanence de l'accueil de jour comme de nuit, éventuellement en urgence ;

- continuité des soins tant durant l’hospitalisation qu’à l’issue de celle-ci ;
- adaptation, afin d’assurer aux patients les soins les plus appropriés ;
- offre de soins préventifs, curatifs ou palliatifs.

Souvent dénomés ”cliniques privées”, plusieurs personnes morales peuvent coexister dans les établissements à but non-lucratif : l’une possédant le patrimoine immobilier, l’autre assurant l’activité d’hospitalisation, d’autres encore organisant ou possédant des éléments du plateau technique (appareillages de chirurgie, d’imagerie, etc....).

Au sein des établissements de santé privés à but non-lucratif, on trouve également, les Centres de lutte contre le cancer (CLCC), qui sont au nombre de 20, et exclusivement dédiés aux soins, à la recherche et à l’enseignement en cancérologie. Ils participent au service public hospitalier et assurent une prise en charge du patient en conformité avec les tarifs conventionnels, sans aucun dépassement d’honoraires.

Enfin, selon les données de la Drees, on compte 1 050 établissements à but lucratif avec 98 522 lits. Ils sont le plus souvent constitués sous forme de sociétés de personnes ou de capitaux, au sein desquelles s’exerce l’activité libérale des praticiens.

2.2 Les prestations

La principale différence entre les deux portefeuilles réside dans l’organisation des contrats. Au sein de la fonction publique, les agents possèdent des contrats statutaires avec une intervention dès le 1^{er}€, mais avec beaucoup d’auto-assurance. Tandis que dans le secteur privé, les contrats complémentaires prévoyance et/ou santé viennent s’ajouter à la Sécurité Sociale.

La distinction entre les deux secteurs vient surtout du fait que les prestations payées dépendent de plusieurs facteurs en relation avec l’assuré, comme par exemple, les problèmes de santé ou les conditions de travail. De plus, s’ajoute à cela, une différence au niveau des indemnités. Par exemple, dans le cas d’un arrêt de travail, un salarié du privé ne se verra indemniser qu’à partir du 4^e jour qui suit l’arrêt de travail, alors que le salarié du secteur public sera indemnisé à partir du 2^e jour avec un maintien total ou partiel de sa rémunération. Il existe donc certaines disparités entre ces deux secteurs. De ce fait, nous allons voir dans une première partie les garanties de la fonction publique, puis celles du secteur privé. Ensuite, nous ferons une comparaison plus précise entre les deux secteurs.

2.2.1 Les garanties des agents relevant de la Fonction Publique Hospitalière

Pour les agents qui relèvent de la Fonction Publique, le contrat est organisé en plusieurs options. On trouve alors au sein de ces contrats :

- L'option A : Accidents de service - Maladie imputable au service ;
- L'option B : Congés pour des raisons de santé - Invalidité ;
- L'option C : Congés de maternité, adoption, paternité et accueil de l'enfant ;
- l'option D : Capital décès.

Nous allons détailler chacune des options afin d'avoir une idée plus précise des garanties.

L'option A permet à l'assuré une prise en charge des prestations en cas d'accident ou de maladie contractée à l'occasion des fonctions ou provenant de l'une des causes exceptionnelles prévues à l'article 27 du code des pensions civiles et militaires (actes de sauvetage et dévouement). Cette option se divise en deux sous-options :

- L'option A1 qui assure le remboursement du traitement maintenu intégralement à l'agent en arrêt de travail jusqu'à qu'il soit apte à reprendre son service, ou alors jusqu'à la mise en retraite, et également le remboursement du traitement maintenu pendant le temps partiel thérapeutique ;
- L'option A2 qui prend en charge les frais d'ordre médical, pharmaceutique engagés par l'agent du fait d'un accident de service ou d'une maladie.

L'option B est également divisée en deux sous-options :

- L'option B1 qui a pour objet le remboursement des prestations en espèces à l'agent qui se trouve en incapacité de travail résultant d'un accident ou d'une maladie non imputable au service ;
- L'option B2 qui concerne le remboursement des prestations en espèces dans d'autres cas d'incapacité temporaire ou d'invalidité comme les congés de longue maladie, congés de longue durée (par exemple, tuberculose, affection cancéreuse, etc...), le temps partiel thérapeutique, l'infirmité de guerre ou encore, la disponibilité d'office pour maladie.

L'option C, quant à elle, a pour objet le remboursement des rémunérations dues à l'agent pendant la période légale des congés de maternité, des congés de paternité et accueil de l'enfant, des congés pour adoption, ainsi que des congés de naissance et des congés pour l'arrivée d'un enfant placé en vue de son adoption.

Enfin, l'option D a pour objet de verser aux ayants-droits de l'assuré un capital décès en cas de décès de celui-ci.

En assurance, les prestations versées peuvent être de deux types : indemnitaire ou forfaitaire.

Le principe indemnitaire concerne principalement les assurances de biens et de dommages corporels. Ce principe traite d'une base fondamentale de l'assurance, à savoir qu'en cas de dommage matériel ou corporel de l'assuré, la victime sera indemnisée en fonction du préjudice subi, dans les limites des garanties souscrites, et sans contribuer à l'enrichissement de l'assuré. Dans le cas du principe indemnitaire, la prestation est donc par définition, calculée en fonction du préjudice subi, et agit comme un moyen de compenser une perte.

Les modèles forfaitaires concernent, quant à eux, les assurances vie, obsèques ou décès. Contrairement au principe indemnitaire, l'indemnisation forfaitaire permet, indépendamment du préjudice subi, à l'assuré de déterminer une somme ou un ensemble de prestations dans le cas d'une assurance obsèques. Ce principe porte donc principalement sur les assurances vie ou décès, dont le montant du capital ou de la rente est prédéfini dans le contrat.

Les garanties du personnel relevant du droit public peuvent alors être résumées ainsi :

Option	Garantie	Type	Indemnisation
Option A	<ul style="list-style-type: none"> • Accident de service • Maladie imputable au service 	<ul style="list-style-type: none"> • Option A1 • Option A2 	<ul style="list-style-type: none"> • Prestations en espèces • Prestations en nature
Option B	<ul style="list-style-type: none"> • Congés pour des raisons de santé • Invalidité 	<ul style="list-style-type: none"> • Option B1: maladie ordinaire • Option B2: autre incapacité ordinaire ou invalidité temporaire 	Versement d'indemnités journalières
Option C	<ul style="list-style-type: none"> • Congés de maternité • Adoption • Paternité • Accueil de l'enfant 		Versement d'indemnités journalières
Option D	Décès		Capital décès

FIGURE 6 – Garanties du personnel relevant du droit public

2.2.2 Les garanties du personnel de droit privé

Pour le personnel qui relève du droit privé, le contrat d'assurance collective est à adhésion obligatoire et régi par la loi N°89-1009 du 31 Décembre 1989 renforçant les garanties offertes aux personnes assurées contre certains risques (la loi Évin).

Ce contrat est composé de deux sections : la première concerne les garanties en cas de décès et la seconde concerne l'arrêt de travail.

En cas de décès, les différentes garanties relatives au contrat sont :

- Capital "Décès toutes causes" ;
- Capital "Décès accidentel" et "personnes à charge" : en cas de décès accidentel, le capital est majoré si l'assuré avait au moment du décès, des personnes à charge ;
- Capital "double effet" : capital versé en cas de décès du conjoint de l'assuré survenant simultanément ou postérieurement au décès de l'assuré lui-même ;
- Capital "prédéces du conjoint ou d'un enfant à charge" : capital versé à l'assuré en cas de décès du conjoint de ce dernier, ou d'une personne à charge ;
- Capital "Perte totale et irréversible d'autonomie" : versement du capital décès par anticipation en cas de perte totale et irréversible de l'assuré ;
- Rente éducation : rente temporaire jusqu'à 18 ans ou 26 si poursuite des études) versée aux enfants à charge de l'assuré en cas de décès ou perte totale et irréversible d'autonomie de l'assuré ;
- Rente conjoint : rente temporaire ou viagère versée au conjoint de l'assuré en cas de décès de celui-ci ;
- Indemnité frais d'obsèques : règlements des frais d'obsèques en cas de décès de l'assuré, son conjoint ou une personne à charge.

Concernant l'arrêt de travail, les prestations versées en complément de la Sécurité Sociale par l'assureur sont les suivantes :

- Maintien de salaire : l'assureur couvre totalement ou partiellement les obligations légales ou conventionnelles du souscripteur au titre du maintien de salaire, en cas d'arrêt de travail consécutif à un accident ou une maladie certifiée médicalement ;
- Incapacité temporaire de travail : l'assureur verse des indemnités journalières complémentaires à l'assuré, en cas d'arrêt de travail consécutif à un accident ou une maladie certifiée médicalement ;
- Invalidité permanente : l'assureur verse une rente complémentaire en cas d'invalidité ou d'incapacité permanente reconnue et prise en charge par la Sécurité Sociale.

En dehors du contrat de prévoyance, le personnel hospitalier de droit privé possède

également une complémentaire santé à adhésion obligatoire. Ainsi, cette assurance permet de prendre notamment en charge le ticket modérateur, c'est-à-dire, la différence entre le tarif conventionné de la Sécurité sociale et ce qu'elle rembourse à l'assuré. D'ailleurs, les garanties peuvent être exprimées en complément de la sécurité sociale ou y compris le remboursement de la sécurité sociale.

La complémentaire santé proposée par l'assureur est assez classique. Elle permet de couvrir les garanties principales comme les consultations, les médicaments à caractère indispensable, les soins dentaires et optiques, les frais d'hospitalisation ou encore les prestations d'auxiliaires médicaux... Par ailleurs, l'assureur ne propose uniquement des contrats santé responsables.

Les garanties concernant le personnel du secteur privé sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Garantie	Indemnisation
Incapacité	Versement d'indemnités journalières
Invalidité	Versement d'indemnités journalières
Décès Accidentel	Capital ou rente
Décès	Capital ou rente
Santé	Prestations en espèces

TABLE 1 – Garanties du personnel relevant du droit privé

2.3 Comparaison entre les deux secteurs

Les deux secteurs présentent des différences majeures au niveau des régimes de prévoyance.

Tout d'abord, nous pouvons noter que la prise en charge du régime de prévoyance complémentaire est différente. Au départ, la prévoyance collective est facultative dans les deux secteurs. Cependant, la prévoyance complémentaire dans le secteur privé devient obligatoire dès qu'elle est mise en place par un accord collectif. On peut également noter qu'elle devient obligatoire pour les nouveaux salariés lorsqu'il s'agit d'une décision unilatérale de l'employeur.

Ces deux secteurs présentent également des différences au niveau des prestations.

En ce sens, nous pouvons donner l'exemple de la garantie incapacité, dans laquelle l'agent a droit à une indemnisation qu'elle qu'en soit l'origine sans condition d'ancienneté. Dans le secteur privé, le droit à une indemnisation du salarié en arrêt de travail pour le titre de l'incapacité dépend de son ancienneté dans l'entreprise. De plus, ce droit s'applique dans le cadre de maladies professionnelles et d'accident de travail. Nous pouvons également noter que la durée maximale pour un agent est de 5 ans alors qu'elle est de 3 ans pour un salarié

dans le privé. Enfin, les deux secteurs présentent également des différences au niveau des jours de carence : actuellement, les salariés du privé sont soumis à 3 jours de carence contre un seul pour les agents. Un délai de carence moins important entraîne d'ailleurs une hausse des sinistres courts et donc une hausse du taux d'incidence, mais une baisse de la durée de maintien.

Cependant, la disparité entre les deux secteurs n'est pas systématiquement si importante pour toutes les garanties de la prévoyance complémentaire. Par exemple, dans le cas de la garantie invalidité, la mise en retraite pour invalidité entre les deux secteurs sont semblables, c'est-à-dire à l'issue de l'épuisement des droits à congé et que la reprise professionnelle n'est pas possible. Au niveau des indemnisations, la méthode de calcul est la même car la mise en retraite pour invalidité correspond à une retraite anticipée.

2.4 Les données disponibles

Pour chacun des deux portefeuilles que nous avons vus précédemment, l'assureur dispose de quatre tables de données : une table des sinistres, une table des provisions, une table des cotisations et enfin, une table client.

2.4.1 La table des sinistres

La première étape de ce mémoire a été d'extraire, sous SAS, à partir de chaque base de données des sinistres, les informations relatives aux différents postes des différentes garanties au sein de chaque portefeuille.

La base de données des sinistres est organisée par garantie, et pour chaque numéro de sinistre, des informations propres à celui-ci.

Les principales informations qui ont été extraites de cette table sont :

- Le numéro de contrat ;
- Le numéro de sinistre ;
- La date de survenance ;
- Le montant de la prestation ;
- L'année de règlement ;
- Le numéro client ;

Afin d'avoir une vision plus globale de ces tables, un regroupement de ces données par numéro de sinistre a été réalisé dans un premier temps, en prenant en compte les dates de règlement. Par exemple, certains sinistres ne sont pas réglés immédiatement après la sur-

venance ou sont échelonnés dans le temps, il a donc fallu calculer, pour chaque année de survenance et chaque sinistre, les paiements cumulés en fonction des années de règlement. En effet, nous verrons par la suite que l'objectif principal de ce mémoire est d'élaborer un *business plan*. Or, ce dernier est réalisé année par année, d'où le choix du pas annuel.

Il a également fallu faire attention à certains sinistres qui pouvaient correspondre à plusieurs contrats en même temps dus au fait qu'une entreprise peut avoir plusieurs établissements. Cette première étape a alors permis d'obtenir une première table de règlements cumulés classés par numéro de sinistre.

2.4.2 La table des provisions

Puis, cette étape d'épuration a également été réalisée sur les tables des provisions. En effet, l'assureur dispose, pour le portefeuille public, d'une table qui regroupe pour chaque numéro de sinistre, les différentes provisions qui ont été enregistrées : la PSAP et PM qui correspondent aux provisions pour sinistres connus et les tardifs (ou également appelés IBNR) pour les sinistres inconnus.

Les principales informations qui ont été extraites de ces tables sont :

- Le numéro de contrat ;
- La date de survenance du sinistre ;
- Le montant des provisions ;
- Le numéro client ;
- Un champ nommé "VU AU 31/12".

Le champ intitulé "VU AU 31/12" correspond à l'année d'observation et permet d'historiser les différentes provisions.

Cependant, l'assureur dispose d'une table des provisions uniquement pour les agents relevant de la fonction publique. Pour le portefeuille privé, il a fallu regrouper chacune des provisions tête par tête en relevant les mêmes informations.

Puis, comme pour la table des sinistres, on récupère alors les différentes données nécessaires, pour ensuite, joindre les deux tables (sinistres et provisions) par les numéros de sinistres.

Ainsi, nous obtenons donc une table qui, pour chaque sinistre, nous donne l'information sur le numéro de contrat auquel il est rattaché, la prestation réglée ainsi que la provision effectuée. De plus, en effectuant une somme sur chaque sinistre, des différents règlements et des provisions, on peut directement obtenir le coût de chaque sinistre.

2.4.3 La table client

La 3^e table qui a été utilisée est la table "client". En effet, il s'agit d'une table qui pour chaque numéro de client, indique la direction à laquelle est rattachée le client (GHT ou ESMS en public, ESP ou ESMS en privé).

En effet, il faut savoir que pour le portefeuille du secteur privé, il existe une distinction entre :

- les établissements sociaux et médicaux-sociaux (ESMS) qui ont pour vocation d'accueillir et d'accompagner des personnes handicapées comme par exemple, les établissements d'hébergement pour personnes âgées dépendantes (EHPAD), les foyers d'hébergement...
- les établissements de santé privés (ESP).

De la même manière, les établissements du portefeuille du secteur public sont également séparés entre ESMS ou groupements hospitaliers de territoires (GHT) qui sont, depuis 2016, un nouveau mode de coopération entre les établissements publics de santé.

Nous verrons dans la suite, pourquoi cette distinction a été effectuée dans le cadre de ce mémoire.

Ainsi, grâce au numéro de client, on peut joindre cette dernière table et la table précédente qui regroupe les sinistres et les provisions. Nous obtenons donc, pour chacune des garanties, les principales informations de chacun des sinistres.

2.4.4 Agrégation et mise en forme des données

Puis, l'étape suivante a été un travail d'agrégation des données afin d'avoir une vision plus globale des règlements et des provisions.

Ainsi, pour chacun des marchés, on regroupe la dernière table obtenue dans un premier temps, par numéro de contrat, puis dans un second temps, par année de survenance et année de règlement.

Ensuite, on effectue un travail de mise en forme : les quantités sont rapportées à l'année N , qui se déroule du 01/01/ N au 31/12/ N .

Supposons par exemple, que les sinistres se déroulent sur n années. On dénote par

- i : l'année d'origine avec $i = 0, \dots, n$ qui correspond à l'année de survenance du sinistre, ou l'année de déclaration du sinistre ou encore l'année de souscription du contrat ;
- j : le délai de développement avec $j = 0, \dots, n$

— x_{ij} : la mesure de sinistralité correspondant à l'année d'origine i et au délai j .

Les données sont alors représentées dans un triangle de liquidation de sinistres aussi connu sous le nom de triangle Run-Off. Ces triangles reflètent la dynamique des sinistres et les données qui y sont incorporées peuvent être de différentes natures : paiements, charges, nombre de sinistres...

Ainsi, dans ce triangle, les x_{ij} correspondent aux paiements incrémentaux, mais nous allons utiliser un triangle de paiements cumulés. Notons :

$$C_{ij} = \sum_{i=0}^j x_{ij} \quad (1)$$

Par conséquent, nous avons les paiements cumulés effectués jusqu'à l'année de développement j pour les sinistres qui ont eu lieu pendant l'année d'origine i .

En effet, ce travail a été réalisé sur les règlements cumulés afin d'obtenir une table qui permet de visualiser les règlements par année de survenance, en prenant en compte les dates de règlement. Puis, cette procédure a également été appliquée sur les coûts cumulés et non plus sur les règlements pour obtenir un deuxième triangle de charges des sinistres.

2.4.5 La table des cotisations

La dernière table dont on dispose est la table des cotisations : pour chacun des portefeuilles, on trouve pour chaque numéro de sinistre, les différentes cotisations enregistrées par l'assureur.

Cette prime doit d'ailleurs être fractionnée en deux parties : une partie est destinée à couvrir les risques qui auront lieu au cours de l'année jusqu'au 31/12/ N et qui constitue la prime acquise tandis que le reste, est placé dans la PPNA. En effet, cette deuxième partie est destinée à couvrir le risque entre le 31/12/ N et la prochaine échéance de prime.

Pour chacun des portefeuilles, on récupère donc dans un premier temps, les cotisations relatives à chaque garantie. Puis, comme pour les règlements et les provisions, on agrège les données en regroupant par numéro de contrat, puis par année de couverture. Ainsi, pour chaque garantie, on peut directement voir quelle cotisation a été enregistrée en fonction de son année de couverture. On dénote par P_i , avec $i = 0, \dots, n$ la prime relative à l'année d'origine i .

On peut ainsi réaliser un schéma qui résume nos différentes données :

	Cotisation	0	1	...	j	...	$J-i$...	$J-1$	J
0	P_0	$c_{o,o}$	$c_{o,1}$...	$c_{o,j}$...	$c_{o,J-i}$...	$c_{o,J-1}$	$c_{o,J}$
1	P_1	$c_{1,o}$	$c_{1,1}$...	$c_{1,j}$...	$c_{1,J-i}$...	$c_{1,J}$	
...		
i	P_i	$c_{i,o}$	$c_{i,1}$...	$c_{i,j}$...	$c_{i,J-i}$			
...				
$I-j$	P_{I-j}	$c_{I-j,o}$	$c_{I-j,1}$...	$c_{I-j,j}$					
...						
$I-1$	P_{I-1}	$c_{I-1,o}$	$c_{I-1,1}$							
I	P_I	$c_{I,o}$								

TABLE 2 – Triangle des règlements cumulés

Dans le triangle Table 2, les $(C_{ij})_{i,j=0,\dots,J}$ représentent donc les paiements cumulés.

De la même manière, on peut avoir le triangle des charges sinistres cumulées (présenté dans la Table 3) , notées $S_{i,j}$ avec $i = 0, \dots, n$ et $j = 0, \dots, n$:

	Cotisation	0	1	...	j	...	$J-i$...	$J-1$	J
0	P_0	$S_{o,o}$	$S_{o,1}$...	$S_{o,j}$...	$S_{o,J-i}$...	$c_{S,J-1}$	$c_{o,J}$
1	P_1	$S_{1,o}$	$S_{1,1}$...	$S_{1,j}$...	$S_{1,J-i}$...	$S_{1,J}$	
...		
i	P_i	$S_{i,o}$	$S_{i,1}$...	$S_{i,j}$...	$S_{i,J-i}$			
...				
$I-j$	P_{I-j}	$S_{I-j,o}$	$S_{I-j,1}$...	$S_{I-j,j}$					
...						
$I-1$	P_{I-1}	$S_{I-1,o}$	$S_{I-1,1}$							
I	P_I	$S_{I,o}$								

TABLE 3 – Triangle des charges cumulées

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons réalisé notre étude sur les données de 2010 à 2020, sauf pour l'option A2 des garanties du droit public. En effet, pour cette garantie, l'assureur dispose d'un historique de 30 ans alors que ce n'est pas le cas pour les autres garanties. De plus, cette option peut avoir un déroulement très long (viager) alors que ce n'est pas le cas des autres options statutaires. Nous avons donc décidé d'intégrer cette particularité dans l'étude de cette garantie.

L'année I représente donc l'année 2020, et J prendra une valeur différente en fonction de la garantie étudiée.

2.4.6 Mise en relation avec le contexte

Un *business plan* est une traduction chiffrée de la stratégie du groupe qui s'appuie sur l'échange et la collaboration entre plusieurs entités et spécialistes. Les équipes sont alors amenées à définir sous confidentialité, des notions de développement, d'évolutions des coûts des risques comme de fonctionnement, de chiffre d'affaires, de marge et de rentabilité des futures années.

L'élaboration d'un *business plan* d'un assureur se fait donc à partir d'un certain nombre d'hypothèses comme par exemple, la sinistralité ou les primes futures. D'autres éléments interviennent également comme les hypothèses effectuées sur les frais ou encore les taux de réassurance. Il s'agit donc d'émettre différentes hypothèses sur chacune des garanties du portefeuille.

Afin de mieux visualiser, nous pouvons effectuer un schéma simplifié des principales hypothèses utilisées dans le cadre de ce mémoire :

	Prime brute en K€ (HT)			Taux de S/C brut (hors comm. de gestion)			Taux de cession XS			Frais de gestion externes			Frais de gestion internes (estimé)		
	Marché 1 du portefeuille	Marché 2 du portefeuille	Garantie 1 du portefeuille	Garantie 2 du portefeuille	Garantie 1 du portefeuille	Garantie 2 du portefeuille	Garantie 1 du portefeuille	Garantie 2 du portefeuille	Garantie 1 du portefeuille	Garantie 2 du portefeuille
2021	100	4,17	...	134,5%	49,7%	...	0,7%	0,7%	...	12,0%	12,0%	...	3,0%	3,0%	...
2022	102	4,23	...	136,2%	53,4%	...	0,7%	0,7%	...	12,0%	12,0%	...	3,0%	3,0%	...
2023	108	4,50	...	119,6%	53,4%	...	0,7%	0,7%	...	12,0%	12,0%	...	3,0%	3,0%	...
2024	110	4,58	...	141,0%	43,7%	...	0,7%	0,7%	...	12,0%	12,0%	...	3,0%	3,0%	...
2025	107	4,44	...	137,1%	70,6%	...	0,7%	0,7%	...	12,0%	12,0%	...	3,0%	3,0%	...

FIGURE 7 – Schéma simplifié des hypothèses utilisées dans le *business plan*

Par souci de confidentialité, le chiffre d'affaires exact n'est pas donné.

Il faut savoir qu'un *business plan* vise surtout à détailler pour le contrôle de gestion les différents résultats par marché. C'est donc pour cette raison que la distinction entre les différents marchés a été effectuée lors de la mise en forme des sinistres dans la section 2.4.3. Cependant, le volume des données regroupées par marché étant trop faible, nous avons fait le choix d'effectuer des hypothèses relatives à chaque garantie et non pas à chaque marché. Ainsi, le modèle pourra tout de même décliner les différents résultats en effectuant une simple ventilation entre les 2 marchés. On peut d'ailleurs voir que pour l'hypothèse qui porte sur le niveau de la prime, nous avons gardé une hypothèse propre au marché.

L'objectif est donc de construire des modèles de projection en partant de ces hypothèses, pour pouvoir déduire les différents éléments du *business plan* comme par exemple, la charge future de sinistre.

Nous pouvons également effectuer un schéma simplifié du *business plan* :

en K€	Total	Garantie 1 du portefeuille	Garantie 2 du portefeuille
2021				
Prime brute en K€ (HT)	104,2	100,0	4,17	...
Prime cédée	0,7	0,7	0,03	...
Comm. réass	0	0	0	...
Charge sinistre brute : hors frais	27	21	6	...
Charge règlements		20	5	...
Charges provisions (y compris tardifs)		1	1	...
Frais s/ charge sinistre	15,6	15,0	0,6	...
Charge sinistre cédée	0	0	0	...
Marge brute	61,5	64,0	-2,46	...
Résultat de réassurance	-0,7	-0,7	-0,03	...
Marge nette	60,8	63,3	-2,49	...
2022				
Prime brute en K€ (HT)	105,8	101,6	4,23	...
Prime cédée	0,7	0,7	0,03	...
Comm. réass	0	0	0	...

FIGURE 8 – Schéma simplifié du *business plan*

Les différents éléments déterminés dans le *business plan* permettent alors d’avoir une idée d’estimation de certains indicateurs, comme la marge brute ou nette de la garantie ou encore le résultat de réassurance.

L’objectif principal de ce mémoire consiste à étudier comment faire évoluer un modèle de projection à partir d’une approche simplifiée. En effet, nous allons construire à partir des données disponibles, le *business plan* de chacune des garanties, par des méthodes déterministes, pour ensuite faire évoluer les différents paramètres afin d’avoir une idée plus précise des résultats sur les 5 prochaines années. C’est d’ailleurs pour cette raison, que nous nous sommes arrêtés aux données fin 2020, afin de pouvoir ajuster nos hypothèses en comparant les résultats prédits par notre modèle pour 2021 et les données réelles.

3 Modélisation déterministe

Dans le cadre de ce mémoire, deux méthodes principales ont été utilisées pour pouvoir projeter la sinistralité. Ces méthodes sont la méthode Chain-Ladder et la méthode de Bornhuetter-Ferguson. Nous verrons dans la partie qui suit le principe de ces méthodes ainsi que les avantages et inconvénients pour chacune d'entre elle.

3.1 La méthode de Chain-Ladder

3.1.1 Principe de la méthode

La méthode de Chain-Ladder est l'une des méthodes les plus populaires pour le provisionnement déterministe. C'est une méthode d'estimation des réserves basée sur un triangle de développement. En effet, en se basant sur leur expérience historique en matière de sinistres, les compagnies d'assurance peuvent évaluer leurs réserves.

Cette technique actuarielle ne comporte donc pas de composante aléatoire et permet d'estimer la charge des sinistres encourue, mais non déclarée et projetée les montants des charges à l'ultime.

La principale hypothèse sous-jacente de la méthode de Chain-Ladder est que les développements historiques des charges sont indicatifs du développement des charges futures. Elle repose sur l'idée suivante : les sinistres survenus lors d'années de survenance différentes se développent de façon similaire.

Ainsi, les compagnies d'assurance sont tenues de mettre de côté une partie des primes qu'elles reçoivent de leurs activités de souscription pour payer les demandes d'indemnisation qui pourraient être déposées à l'avenir. Le montant des sinistres prévus, ainsi que le montant des sinistres effectivement payés, déterminent alors le bénéfice de l'assureur, qui sera ensuite publié dans ses documents financiers.

Considérons une famille de variables aléatoires $(C_{i,j})_{i,j \in 0,1,\dots,n}$. Les $(C_{i,j})$ peuvent être interprétés comme des charges agrégées des sinistres survenues au cours de l'année i et réglées avant la fin de l'année civile $i + j$. Par exemple, il peut s'agir d'un triangle des paiements cumulés ou des coûts cumulés. Nous supposons qu'il y a n années de survenance et n années de développement. De plus, on suppose également que les charges agrégées des sinistres sont observables pour $i + k < n$ mais non observables pour $i + k > n$.

Ainsi, on peut représenter les sinistres agrégés par un triangle de liquidation et l'objectif

est d'estimer la partie non-observable par la partie observable.

Pour cela, commençons par exprimer par exemple, l'hypothèse principale sur laquelle repose la méthode de Chain-Ladder dans le cas d'un triangle de paiements cumulés.

Hypothèse 1 Pour $1 \leq i, j \leq n$, soient $(C_{i,j})_{0 \leq i, j \leq n}$ les règlements cumulés. Si les ratios $\frac{C_{i,j}}{C_{i,j+1}}$ ne dépendent pas de l'année de survenance i , pour tout $i = 0, \dots, n$ et $j = 0, \dots, n-1$, alors il existe des paramètres $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}, \lambda_n$ tels que $C_{i,j+1} = \lambda_j C_{i,j}$

La méthode Chain Ladder consiste à utiliser les facteurs de développement \hat{f}_j qui sont définis par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \text{ pour } i = 0, \dots, n-1 \quad (2)$$

où \hat{f}_j est l'estimation du facteur de développement des charges cumulées $(C_{i,j})$ survenues au cours de la i -ème période, et qui sont réglées (déclarées) jusqu'à la fin de la j -ème période.

Le facteur \hat{f}_j peut être vu comme une moyenne des facteurs de développement individuels $\hat{f}_{i,j}$ pondérée par les $(C_{i,j})$. En effet, on peut écrire :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} \hat{f}_{i,j} C_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \text{ pour } i = 0, \dots, n-1 \quad (3)$$

avec $\hat{f}_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ le facteur de développement individuel.

Après avoir déterminé le facteur de développement des sinistres pour toutes les années de développement, nous pouvons calculer le montant des paiements cumulés par :

$$\hat{C}_{i,n} = C_{i,n-i} \prod_{k=n-i}^{n-1} \hat{f}_k \quad (4)$$

où $C_{i,n-i}$ est le dernier montant connu pour l'année i et $\hat{C}_{i,n}$ l'estimation du montant cumulé de la charge ultime.

Ensuite, en se basant, pour chaque année d'origine i , on peut calculer les provisions à constituer par :

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i} \quad (5)$$

$i = 1, \dots, n$ où \hat{R}_i est l'estimation de la provision totale pour l'année i .

Enfin, on peut calculer la provision totale :

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i \quad (6)$$

3.1.2 Avantages et limites de la méthode

Les avantages de cette méthode reposent principalement sur sa simplicité d'application et également son universalité : en effet, nous pouvons adopter cette méthode même si notre triangle de montants non cumulés contient des valeurs négatives. Par exemple, nous pouvons appliquer cette méthode à un triangle de charges ou de paiements, où une valeur négative représenterait non plus un paiement, mais un remboursement à la compagnie suite à un recours.

La simplicité de la mise en place de la méthode Chain Ladder est certainement un avantage majeur, mais il faut se rappeler que la méthode Chain Ladder fonctionne en supposant que les sinistres se déroulent de la même façon peu importe l'année de survenance. En effet, on suppose que les schémas de développement sont les mêmes pour toutes les années de survenance, c'est-à-dire, que le coût du sinistre au bout de j années est proportionnelle au coût de l'année précédente, ainsi que n'importe quelle année tel que $i < j$, et que ce coefficient de proportionnalité $\prod_{k=n-i}^{n-1} \hat{f}_k$ ne change pas. Or, ce n'est pas toujours vrai en pratique. Plusieurs facteurs peuvent influencer sur l'exactitude des données, notamment les modifications apportées aux offres de produits, les changements réglementaires et juridiques, les périodes de sinistres très graves et les changements dans le processus de règlement des sinistres. Si les hypothèses intégrées au modèle diffèrent des sinistres observés, les assureurs peuvent être amenés à apporter des ajustements au modèle. Cette hypothèse d'indépendance utilisée dans la méthode de Chain-Ladder est donc assez restrictive. Pour pouvoir l'appliquer, il faut donc réunir un certain nombre de conditions (Partrat al., 2007 [38]) :

- Les données du passé doivent être suffisamment régulières : par exemple, il ne doit pas y avoir de changements importants dans la gestion des sinistres ou dans le taux d'inflation spécifique de la branche ;
- Il est difficile par cette méthode de traiter les sinistres graves des branches volatiles, en particulier, s'ils sont ponctuels ;
- Les données du portefeuille doivent être nombreuses et fiables.

Enfin, nous pouvons également noter que l'incertitude d'estimation pour les années récentes est très importante.

3.1.3 Validation empirique de la méthode

Pour pouvoir appliquer la méthode de Chain-Ladder, le modèle peut être validé par deux manières : un Q-Q plot (diagrammes Quantile-Quantile) ou un D-triangle.

Sur un Q-Q plot, on représente les $(n - j)$ couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})_{i=0,\dots,n-1}$, et on s'attend à observer des points sensiblement alignés sur une droite qui passe par l'origine.

La deuxième méthode de validation est le D-triangle qui est un triangle des facteurs de développement individuels $f_i, j = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ pour $i + j \leq n$. Ainsi, pour chaque colonne ($j = 0, \dots, n - 2$), on s'attend à avoir des éléments "sensiblement" constants.

3.2 La méthode de Bornhuetter-Ferguson

3.2.1 Principe de la méthode

Le principal problème de la méthode de Chain-Ladder est l'absence de robustesse notamment vis-à-vis des calculs pour les années de survenance très récentes. En 1972, Bornhuetter R.I. et Ferguson R.E. introduisent alors une méthode alternative à la méthode de Chain-Ladder : la méthode de Bornhuetter-Ferguson

L'idée principale de cette méthode est que les futurs sinistres vont se développer selon les sinistres espérés, et non plus selon les sinistres déjà déclarés comme dans la méthode de Chain-Ladder.

Cette méthode repose sur une hypothèse exogène d'estimation préalable de la charge ultime, à laquelle un taux de liquidation croissant est appliquée sur les années de développement. Ainsi, les estimations récentes dépendent donc moins des premiers paiements, et est donc plus adaptée aux triangles de données dont les paiements sont instables, comme par exemple, l'invalidité ou le décès.

Cette méthode est souvent utilisée en entreprise, en complément de la méthode de Chain-Ladder, en particulier pour le provisionnement des années récentes pour des triangles instables. C'est d'ailleurs ce qu'il sera fait dans le cadre de ce mémoire.

Comme pour la méthode de Chain-Ladder, la méthode repose sur les hypothèses suivantes :

Hypothèse 2 *H(1) : Les sinistres cumulés C_{ij} sont indépendants selon l'année d'origine i .*
(H2) : On suppose qu'il existe des paramètres $\mu_0, \dots, \mu_i > 0$ et $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_i)$ tel que $\beta_j = 1$, et on a $\forall 0 \leq i \leq I$ et $\forall 0 \leq j \leq J - 1$ et $\forall 0 \leq k \leq J - j$:

$$\mathbb{E}(C_{i,0}) = \beta_0 \mu_i$$

$$\mathbb{E}(C_{i,j+k} \mid C_{i,0}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} + (\beta_{j+k} - \beta_j)\mu_i$$

On peut alors calculer $L\hat{R}_i$, l'estimateur du loss-ratio ultime pour l'année i :

$$L\hat{R}_i = \frac{U_i}{P_i} \quad (7)$$

avec P_i la prime acquise et U_i la charge ultime pour l'année i .

On note \hat{z}_k un estimateur de la proportion de sinistres payés à la date k , obtenu par Chain-Ladder par exemple. On a alors, pour l'année i , la réserve suivante :

$$\hat{R}_i = \hat{U}_i * (1 - \hat{z}_{n+1-i})\hat{R}_i = P_i * L\hat{R}_i * (1 - \hat{z}_{n+1-i}) \quad (8)$$

En effet, \hat{z}_{n+1-i} représente la proportion de sinistres payés en $n+1-i$, et donc $(1 - \hat{z}_{n+1-i})$, la proportion de sinistres à payer.

En pratique, le loss ratio représente un "avis d'expert" et est estimé à partir d'informations liées au secteur et à la souscription.

3.2.2 Avantages et limites de la méthode

Cette méthode peut être utilisée lorsque l'information est minimale et/ou volatile. En effet, les variations aléatoires des années récentes ont un impact mineur sur les projections. De plus, elle peut autant être utilisée pour les branches à développement long comme pour celles à très court développement. Enfin, la technique peut être utilisée lorsque les pertes sont de faible fréquence mais de gravité élevée.

En revanche, cette méthode a pour inconvénient de ne pas refléter rapidement les changements récents d'expérience. De plus, la détermination du ratio Sinistres/Primes peut être très arbitraire.

3.3 Application des méthodes déterministes

3.3.1 Le portefeuille des travailleurs du privé

L'incapacité

L'incapacité de travail désigne l'état d'une personne qui se trouve dans l'impossibilité d'exercer une activité professionnelle, et dure au maximum 3 ans.

L'objectif est de projeter la charge des sinistres en incapacité de 2020 à 2025 grâce à l'historique. Dans un premier temps, nous modélisons les sinistres survenus entre 2010 et 2020, puis, nous projetons les années suivantes, en se basant sur la première modélisation.

Nous pouvons réaliser un schéma des données disponibles mises en forme afin de mieux visualiser :

Année	i	Cotisation	0	1	8
2010	0	P_0	$c_{o,o}$	$c_{o,1}$	$c_{o,8}$
2011	1	P_1	$c_{1,o}$	$c_{1,1}$	$c_{1,7}$	
...		
...		
2014	4	P_{20}	$c_{4,o}$	$c_{4,1}$	$c_{4,5}$				
...					
...						
...							
2020	10	P_{10}	$c_{10,o}$								

TABLE 4 – Triangle des règlements cumulés en incapacité

Nous commençons par appliquer la méthode de Chain-Ladder sur le triangle des paiements cumulés. L'incapacité, étant une garantie plutôt courte, nous avons décidé de liquider l'ensemble des règlements sur 5 ans, ainsi, $J=5$ ici. Par ailleurs, $I = 10$ (car on se base sur un historique allant de 2010 à 2020).

Pour appliquer la méthode, nous vérifions d'abord la validité des hypothèses. Ainsi, nous commençons par calculer les données du D-triangle qui permettent de vérifier cette hypothèse. :

	0	1	2	3	4
0	2,10715	1,20402	1,32902	1,00601	1,00558
1	2,08739	1,62889	1,01258	1,01826	1,00000
2	2,85843	1,10523	1,02639	1,00701	1,00000
3	1,71187	1,04722	1,01898	1,00446	1,00013
4	1,68746	1,12865	1,03470	1,00178	0,99959
5	1,83830	1,12079	1,01989	0,99975	1,00000
6	1,79862	1,14111	1,01759	1,00079	
7	1,87849	1,13120	1,02784		
8	1,75558	1,11963			
9	1,74173				

j	0	1	2	3	4
moyenne	1,94850	1,18075	1,06088	1,00544	1,00088
écart type	0,35214	0,17284	0,10857	0,00626	0,00231
coeff variation	18,09%	14,64%	10,23%	0,62%	0,23%

FIGURE 9 – D-triangle de la garantie incapacité

Sur ce triangle, nous pouvons voir que pour l'année de développement $j = 0$, les 3 premières années ne respectent pas l'hypothèse imposée par Chain-Ladder.

Nous pouvons d'ailleurs le voir sur le graphique suivant qui représente les rapports $f_{i,1} = \frac{C_{i,1}}{C_{i-1,1}}$ pour chacune des années d'origine $i = 0, \dots, 9$:



FIGURE 10 – Représentation graphique des $f_{i,1}$

Ainsi, les 3 premières années ne respectant pas l'hypothèse, on décide d'exclure ces années, dans le calcul des coefficients Chain-Ladder. Cette irrégularité des 3 premières années est d'ailleurs due à un client majeur qui déclarait ses arrêts de travail avec beaucoup de retard. À partir de la 3e année, les retards se sont réduits et ce client a été davantage dilué dans le portefeuille.

Ainsi, on décide de vérifier les hypothèses de Chain-Ladder en excluant les données de 2010 à 2013. Pour cela, nous pouvons représenter les règlements cumulés $C_{i,j}$ en fonction de $C_{i,j+1}$ des 5 premières années de développement :

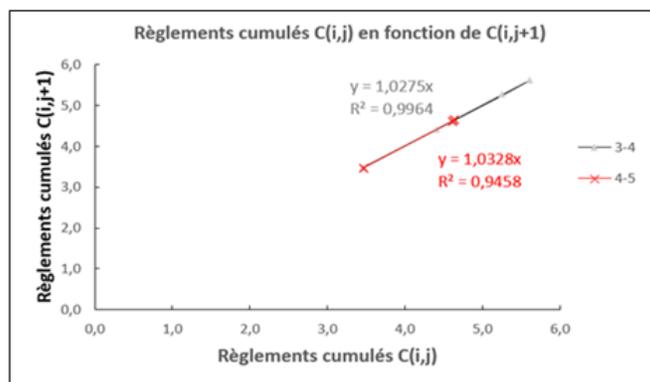
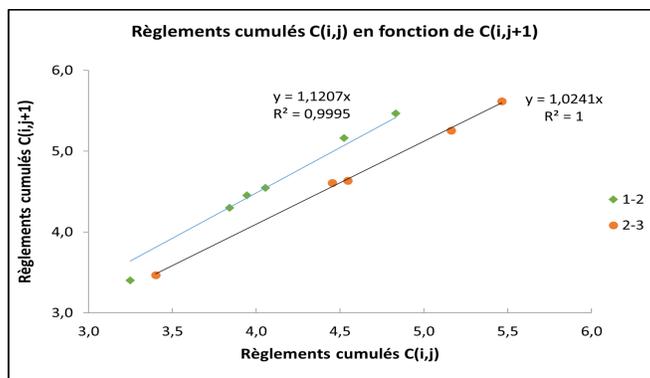
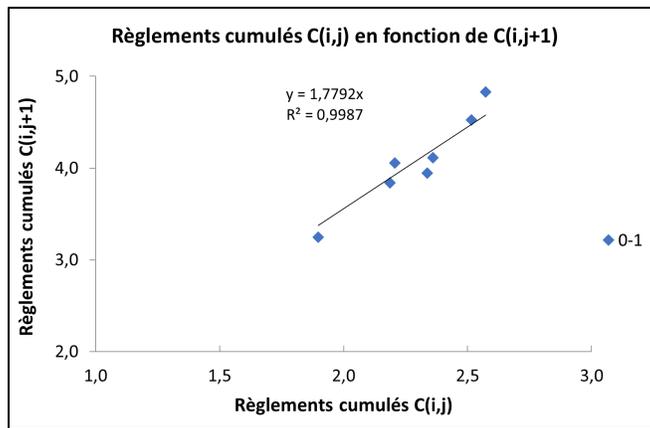


FIGURE 11 – Représentation graphique des règlements cumulés en incapacité

Au vu de ces 3 graphiques, nous pouvons voir que les points sont sensiblement alignés sur une droite.

Les hypothèses étant vérifiées, nous appliquons la méthode de Chain-Ladder.

Après avoir complété la partie non-observable du triangle des règlements cumulés, grâce à la méthode de Chain-Ladder, on peut calculer les paiements incrémentaux, puis les cadences de règlement pour chaque année de développement par :

$$C_j = \frac{\sum_{i=0}^I C_{i,j}}{C} \quad (9)$$

où C est la somme totale des règlements des sinistres survenus entre 2010 et 2020.

Voici la représentation graphique de la cadence de règlements que nous obtenons pour la garantie d'incapacité :

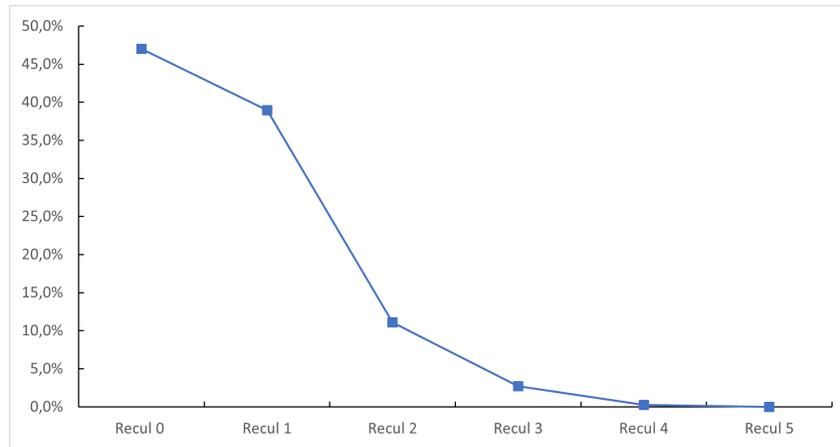


FIGURE 12 – Représentation graphique des cadences de règlements en incapacité

On peut d'ailleurs noter, qu'en incapacité, les sinistres sont principalement indemnisés les trois premières années. Par conséquent, nous avons donc pu projeter les règlements en incapacité pour les sinistres survenus entre 2010 et 2020.

L'étape suivante consiste à projeter les prochains règlements, c'est-à-dire, les indemnisations entre 2020 et 2025 afin de pouvoir compléter le *business plan*.

Pour cela, nous allons nous baser sur les coefficients Chain-Ladder. Pour chaque année de projection, on commence par choisir une hypothèse de sinistralité ainsi qu'une hypothèse sur l'estimation de la prime pour l'année correspondante. Par conséquent, on peut donc projeter sur le triangle des règlements cumulés (complété par Chain-Ladder auparavant), la charge à l'ultime par (pour $i = 11, \dots, 15$) :

$$C_{i,J} = P_i * \left(\frac{S}{C}\right)_i \quad (10)$$

avec S/C_i l'hypothèse de sinistralité pour l'année i et P_i l'hypothèse prise pour la prime de la même année.

Ainsi, on pourra projeter les règlements cumulés pour toutes les années de développement $j = 0, \dots, J - 1$ grâce aux coefficients Chain-Ladder. En effet, on calcule d'abord le coefficient Chain-Ladder cumulé :

$$F = \prod_{j=0}^{J-1} f_j \quad (11)$$

Puis, on peut calculer la première année de développement $j = 0$ en divisant la charge ultime par le coefficient F , et enfin appliquer chacun des coefficients Chain-Ladder pour les années de développement $j = 1, \dots, J - 1$.

On peut d'ailleurs résumer les différentes étapes de projection sur le schéma suivant :

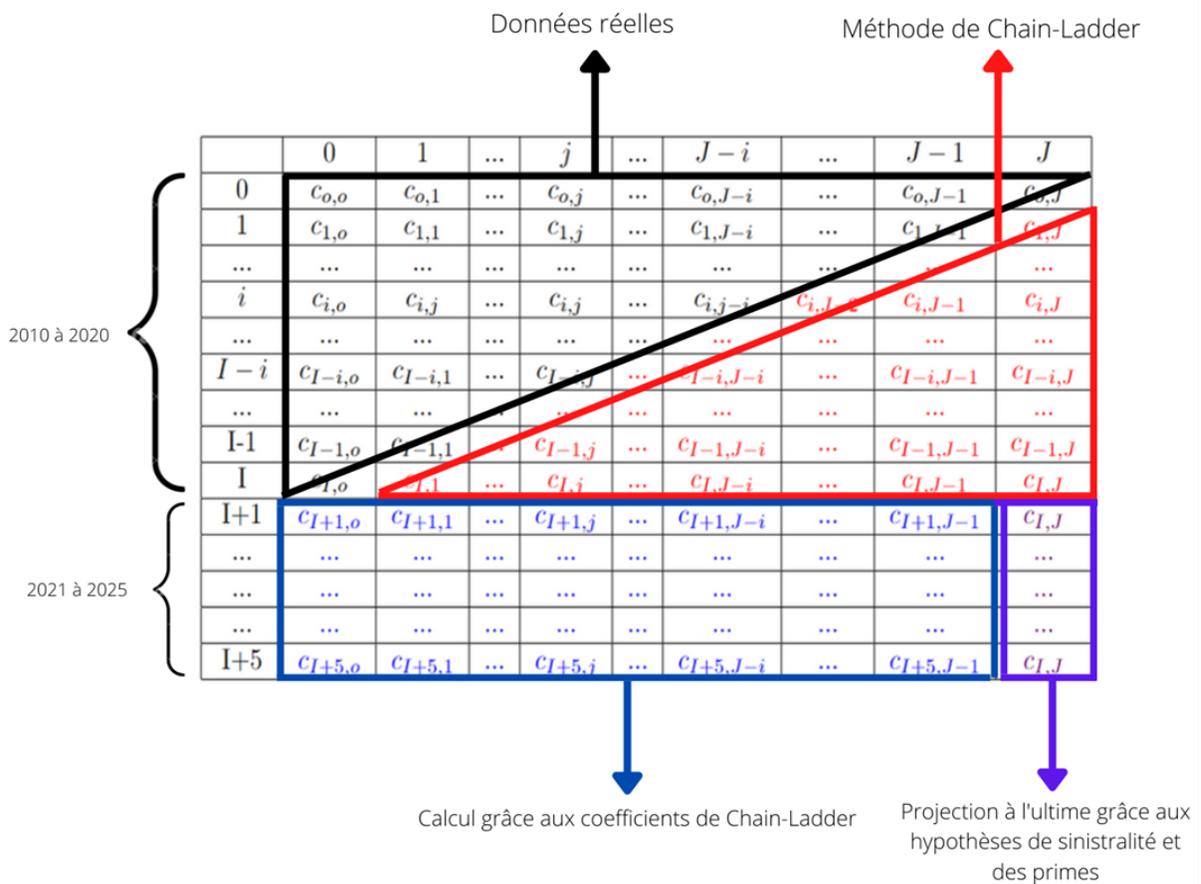


FIGURE 13 – Résumé des différentes étapes de la modélisation

L'invalidité

L'invalidité concerne un état physique et/ou psychique irréversible. Un individu est reconnu invalide si sa capacité de travail est réduite d'au moins deux tiers, de manière permanente.

L'invalidité fait généralement suite à une période d'incapacité. Il s'agit d'une incapacité prolongée qui se fait dès que l'instabilité est prolongée.

Pour les agents du secteur privé, l'assuré peut recevoir des rentes d'invalidité jusqu'à sa retraite : la liquidation complète des règlements peut donc aller jusqu'à 30 ans, voire plus. Pour cette raison, nous avons choisi de prendre $J = 30$ pour cette garantie, et I vaut toujours 10 ici.

La projection des règlements cumulés en invalidité a été faite selon plusieurs méthodes. Comme pour l'incapacité, nous commençons par projeter les sinistres survenus entre 2010 et 2020. Puis, nous modéliserons les sinistres entre 2021 et 2025 en se basant sur cette projection.

En raison du manque de volume (notamment des années récentes), la modélisation de cette garantie a été séparée en deux : les années antérieures à 2017 d'abord, puis les années plus récentes (2018 à 2020).

Pour les années antérieures, nous avons dans un premier temps, décidé d'utiliser la méthode de Chain-Ladder. Or, nous nous sommes aperçus que cette méthode n'est pas adaptée pour cette garantie à partir de l'année de développement 4 ($j = 4$). Nous pouvons d'ailleurs le voir sur les données du D-triangle :

		4	5	6	7	8
0		1,36013	1,26426	1,16149	1,13614	1,10088
1		1,15511	1,09930	1,07339	1,07963	1,06775
2		1,46071	1,25742	1,14633	1,06472	
3		1,32697	1,23203	1,14492		
4		1,38238	1,28311			
5		1,38326				
i		0	1	2	3	4
moyenne		1,34476	1,22722	1,13153	1,09350	1,08432
écart type		0,10282	0,07381	0,03948	0,03767	0,02343
coeff variation		7,65%	6,01%	3,49%	3,45%	2,16%

FIGURE 14 – D-triangle de la garantie invalidité

En effet, les coefficients de variation étant trop élevés, nous avons alors décidé de projeter les règlements par une méthode des cadences qui consiste à analyser, dans un premier temps, les cadences de règlements et ensuite à les appliquer pour reproduire cette même cadence sur

les projections. En effet, l'idée était d'appliquer une méthode alternative à la méthode de Chain-Ladder tout en essayant de reproduire l'historique observé.

Pour cela, nous avons commencé par compléter les paiements cumulés de la partie non-observable du triangle par des coefficients Chain-Ladder. Puis, en repassant sur le triangle des données décumulées, on peut pour chaque année de développement, calculer une cadence de règlement par :

$$cadence_j = \frac{\sum_{i=0}^I x_{ij}}{C} \text{ pour } j = 0, \dots, 30.$$

où les x_{ij} sont les paiements incrémentaux et C la somme totale des règlements ayant eu lieu entre 2010 et 2017 (y compris les projections).

Ainsi, nous avons obtenu pour chaque année de développement, une cadence qui représente le montant réglé par rapport au montant total :

$$cadence_j = \frac{\text{ce que l'on va régler pendant l'année } j}{\text{ce qui a été réglé}}$$

Enfin, en reprenant le triangle des règlements cumulés non complété, on peut appliquer à chaque dernier montant connu (le montant qui se trouve sur la diagonale du triangle), cette cadence calculée. Afin de vérifier la cohérence de nos résultats, nous pouvons tracer les différentes courbes qui représentent le montant des paiements cumulés par année d'origine :

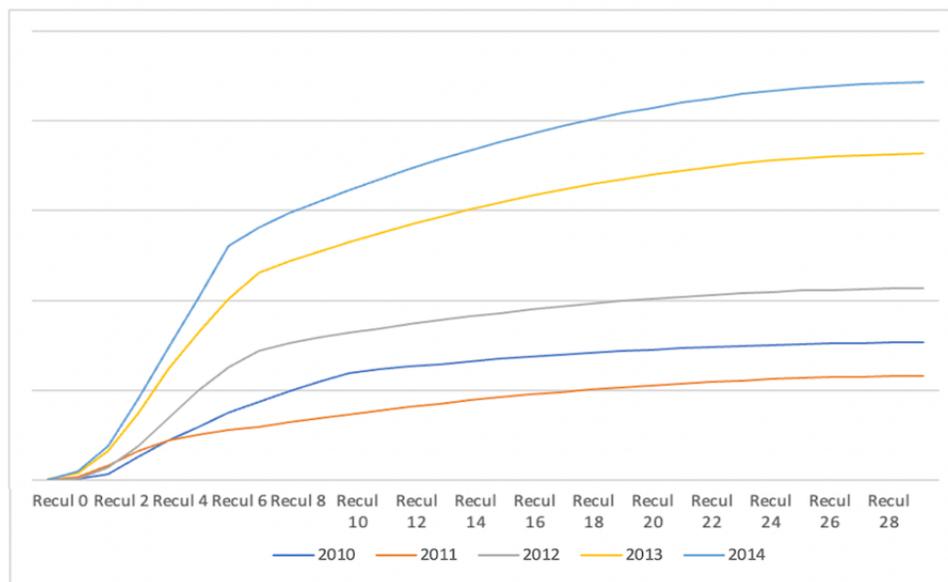


FIGURE 15 – Projection des règlements cumulés en invalidité

Dans un souci de confidentialité, l'échelle a été supprimée.

Au vu de la représentation graphique des règlements cumulés des sinistres, une tendance se dégage mais, il existe toujours une "cassure" qui montre que notre méthode n'est pas assez adaptée.

Nous avons alors décidé, pour cette garantie-là, de projeter les sinistres cumulés par projection normes françaises tête par tête, et non plus utiliser les cadences de règlements calculées avec Chain-Ladder. En effet, nous avons pour chaque assuré, issu des tables BCAC, des règlements effectués avec le logiciel PM-Expert, tête par tête sur des individus déjà reconnus en invalidité : après avoir sommé ces règlements par année d'origine, on complète notre triangle de sinistres cumulés par ces projections-là.

Voici, la représentation graphique finale des règlements cumulés que l'on peut ainsi obtenir :

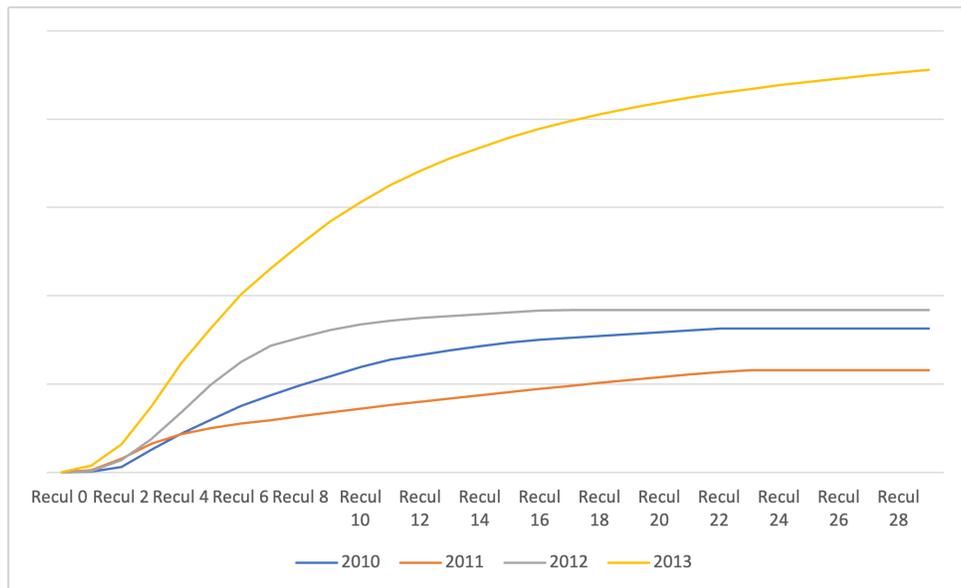


FIGURE 16 – Nouvelle projection des règlements cumulés en invalidité

Par cette méthode, on a donc réussi à "lisser" les différentes courbes, et les projections semblent ainsi être beaucoup plus cohérentes.

Une fois cette étape terminée, nous avons modélisé les années plus récentes (2017 à 2020) par une autre méthode. En effet, en raison du manque de volume, les trois dernières années de l'historique nous ont conduit à adopter la méthode de Bornhuetter-Ferguson. Cependant, nous avons fait le choix de modéliser par cette méthode, uniquement les 4 premières années de développement.

Pour cela, on calcule d'abord le rapport entre la somme totale des sinistres et celle des coti-

sations de chacune des 4 premières années par :

$$r_j = \frac{\sum_{i=0}^j c_{ij}}{\sum_{i=0}^j P_i} \text{ pour } j = 0, 1, \dots, 4 \quad (12)$$

Puis, en multipliant ce coefficient par la prime correspondante, on peut obtenir les règlements cumulés des 4 premières années de développement pour les années 2017 à 2020.

Les années suivantes sont quant à elles, modélisées selon la méthode des cadences expliquée précédemment afin de garder la même tendance que l'historique.

En effet, grâce aux modélisations des années antérieures par les provisions tête par tête, on peut calculer pour chaque année de développement, un coefficient qui permet de modéliser la cadence de règlement par le rapport suivant : ce qui sera réglé dans l'année / ce qui a déjà été réglé. Cette fois, l'historique n'étant pas modélisé par la méthode de Chain-Ladder mais grâce aux provisions effectuées sur les sinistres connus, la méthode des cadences permet d'obtenir des cadences de règlements futures cohérentes avec le passé.

On peut résumer les différentes méthodes utilisées sur le schéma suivant :

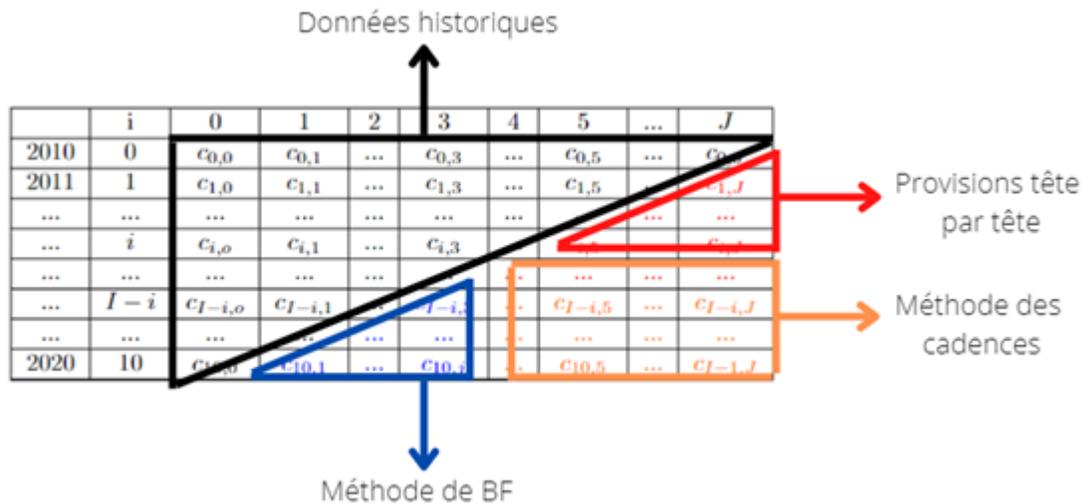


FIGURE 17 – Modélisation de la garantie invalidité

Comme pour l'incapacité, on peut également visualiser la cadence de projection obtenue pour la garantie invalidité :

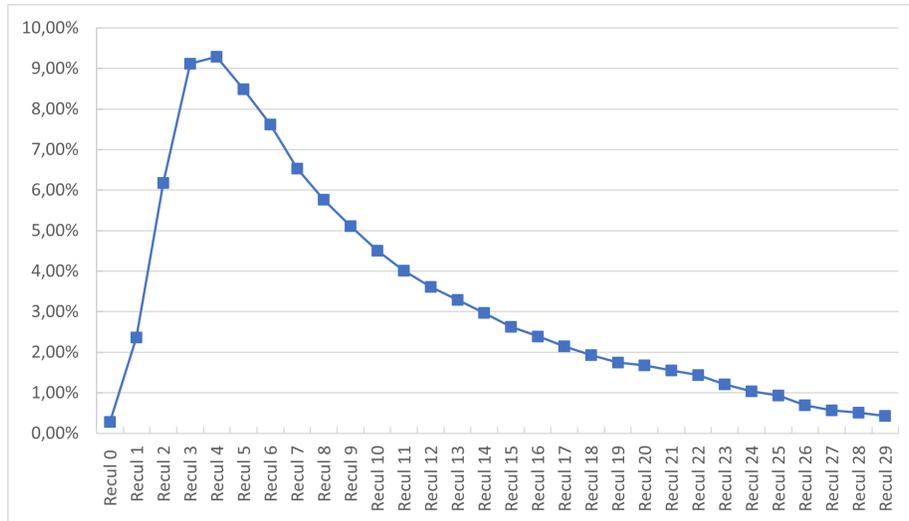


FIGURE 18 – Cadence de projection de la garantie invalidité

À partir des projections des sinistres ayant eu lieu entre 2010 et 2020, on peut alors calculer les coefficients Chain-Ladder pour pouvoir modéliser les sinistres entre 2021 et 2025 de la même manière que l'incapacité : projection de la charge ultime grâce aux hypothèses de sinistralité et prime, projection de la première année de développement avec le coefficient cumulé, puis application de chacun des coefficients Chain-Ladder pour $j = 2, \dots, J - 1$.

Le décès

L'assurance décès est une garantie qui permet de protéger les bénéficiaires de l'assuré des aléas de la vie. En cas de décès de celui-ci, elle permet de pallier la perte définitive de ses revenus, faire face aux dépenses immédiates et aux charges courantes et futures du ménage.

En raison du maintien des prestations imposée par la loi Évin, l'indemnisation des sinistres pour les agents du secteur privé peut être très longs. Pour cette raison, nous avons décidé de choisir une liquidation sur 30 ans, et donc $J = 30$. On précise que I est encore égale à 10 ici.

Comme pour l'invalidité, nous avons fait le choix pour cette garantie de modéliser les futurs paiements par la méthode de Bornhuetter-Ferguson pour les années récentes (entre 2018 et 2020), et la méthode des cadences expliqué plus haut pour les années antérieures.

Ce choix des méthodes nous a permis d'obtenir cette cadence de modélisation :

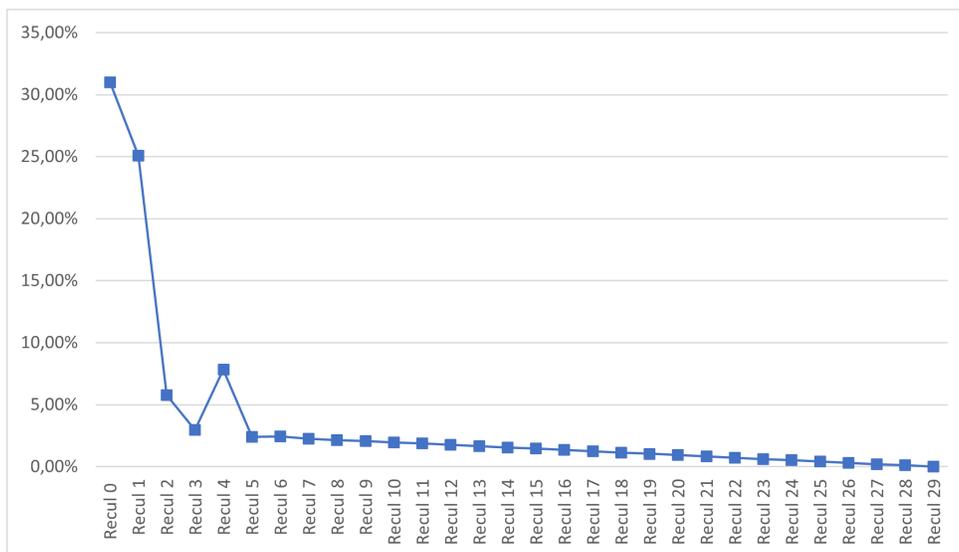


FIGURE 19 – Cadence de projection de la garantie décès

Au vu de la représentation graphique, la modélisation des cadences de règlements semble plutôt cohérente, sauf pour l’année de développement 4.

En effet, pour cette année-là, une irrégularité au niveau de la courbe apparaît : cette perturbation est due à un très gros sinistre atypique qui est présent dans notre historique. Nous avons alors décidé de lisser notre courbe, car en réalité, il n’y a aucune raison d’indemniser plus pendant l’année 4 de développement. Ainsi, on a décidé de modéliser les coefficients qui paraissent non cohérents. Pour cela, on fige d’abord les coefficients qui sont corrects. Puis, pour les années de développement $j = 2$ à 6, on calcule les nouveaux coefficients selon la formule :

$$X_j = \frac{X_{j+1}}{1 - x} \quad (13)$$

pour $j = 2, \dots, 6$. et x est le coefficient de décroissance.

Grâce à la fonction ”solveur” d’Excel, on peut alors calculer le facteur recherché et ainsi obtenir les nouveaux coefficients qui permettent d’avoir une cadence de règlements plus lisse. Puis, on applique cette cadence aux paiements incrémentaux. Ainsi, on obtient pour la garantie décès une projection des règlements pour les sinistres ayant eu lieu entre 2010 et 2020.

On peut visualiser sur le graphique suivant, la ”nouvelle” cadence obtenue :

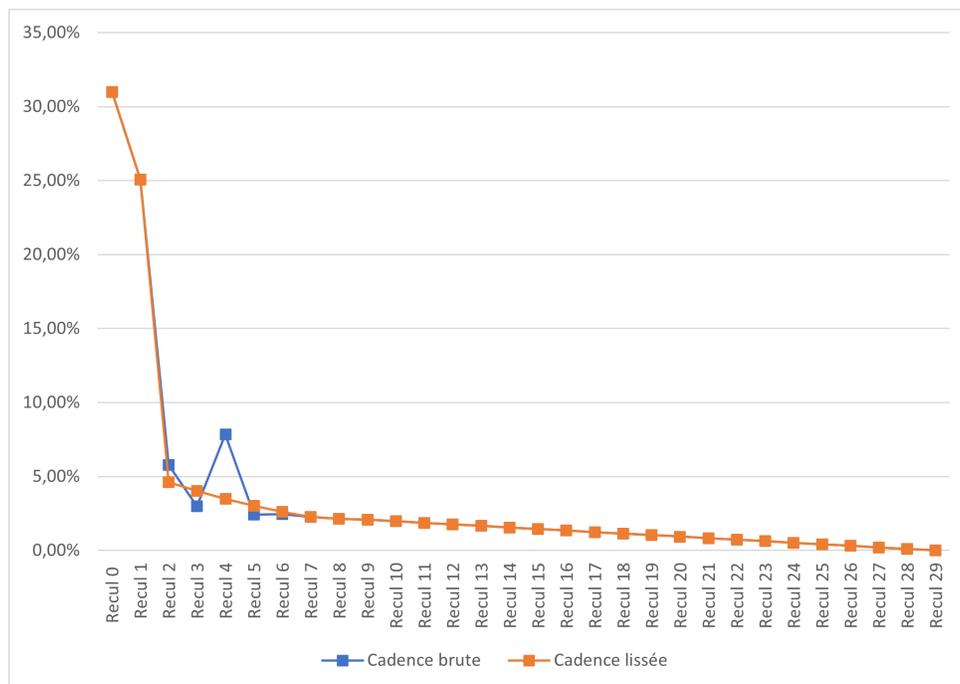


FIGURE 20 – Comparaison des cadences de projection de la garantie décès

Pour finir, on projette les sinistres survenus entre 2021 et 2025 de la même manière que l'invalidité.

Le décès accidentel

Dans le cadre de notre étude, nous avons dû distinguer la garantie décès accidentel du décès toute cause. En effet, cette distinction est imposée par le code des assurances qui demande à différencier dans le *business plan* les garanties en Vie et Non Vie.

Cependant, le manque d'information pour la garantie du décès accidentel, nous a conduit à reprendre la cadence calculée dans le cas du décès toute cause. Pour la modélisation des sinistres, nous appliquons alors cette cadence pour les sinistres survenus entre 2010 et 2020.

Ainsi, comme pour le décès toute cause, on peut tracer la cadence de règlement du décès accidentel :

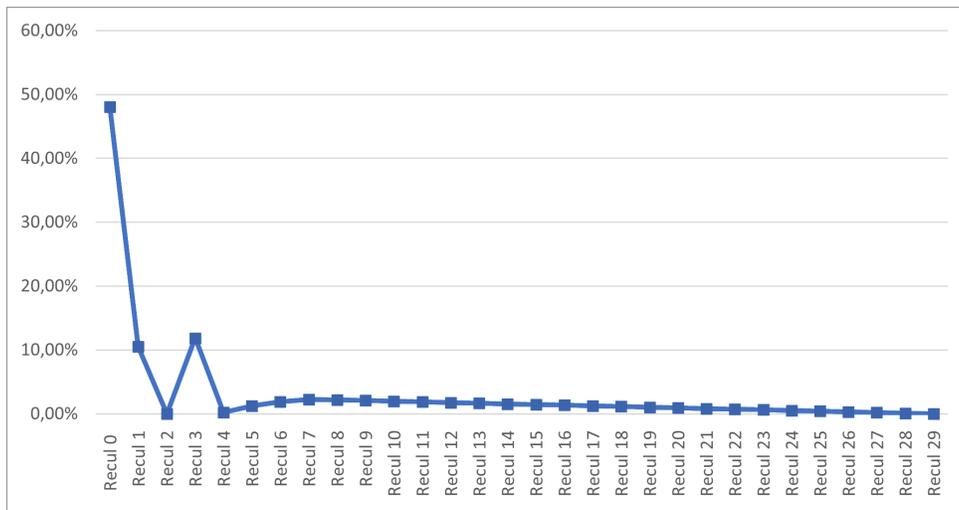


FIGURE 21 – Cadence de projection de la garantie décès accidentel

Or, comme nous avons repris la cadence "brute" du décès toute cause, l'irrégularité de l'année de développement 4 réapparaît ici. De la même manière que pour le décès toute cause, on commence par lisser cette cadence, puis on projette les sinistres survenus entre 2021 et 2025. On peut voir sur le graphique suivant, la "nouvelle" cadence obtenue :

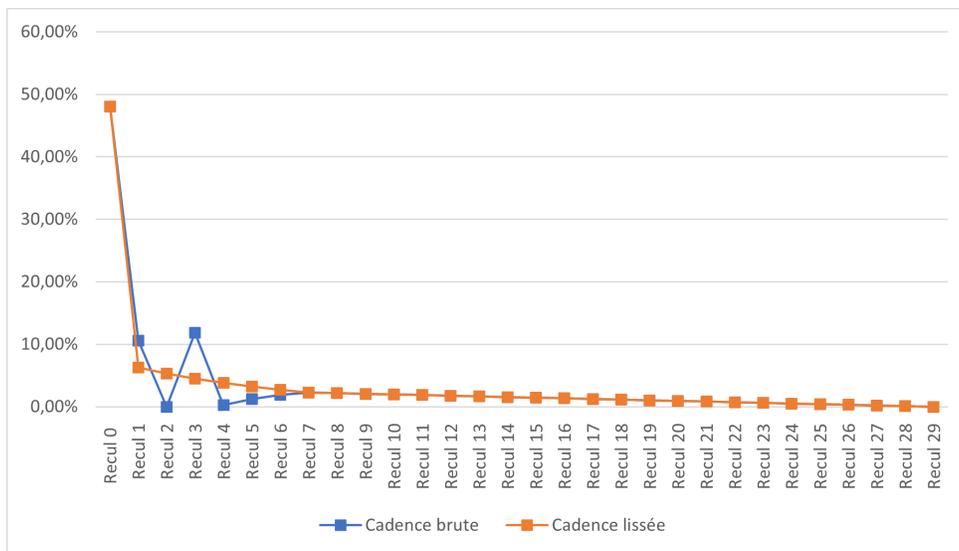


FIGURE 22 – Comparaison des cadences de projection de la garantie décès accidentel

La santé

L'assurance santé a pour but de protéger l'assuré des risques liés à la maladie, ou, plus précisément, des événements entraînant une intervention médicale. Cette garantie vise par définition, à prémunir les assurés des conséquences économiques liées à la réalisation d'un risque entraînant un acte ou une intervention médicale.

Contrairement aux différentes garanties en prévoyance, le remboursement des prestations en santé est particulièrement rapide. En effet, en 3 ans, la quasi-totalité des remboursements est effectuée. Pour cette raison, nous avons décidé de liquider les prestations en santé sur 5 ans et donc $J = 4$ ici. Par ailleurs, I vaut encore 10.

De la même manière que pour la prévoyance, on modélise la projection des règlements cumulés. La santé étant une garantie courte, la modélisation est bien plus simple : les hypothèses de Chain-Ladder sont facilement vérifiées. On peut donc appliquer directement cette méthode.

Voici la représentation graphique des cadences de projection obtenue pour cette garantie :



FIGURE 23 – Cadence de projection de la garantie santé

Ainsi, à partir de cette cadence historique, on peut de la même manière que pour la prévoyance, projeter les règlements en santé entre 2021 et 2025.

3.3.2 Le portefeuille des agents du secteur public

La modélisation des sinistres des agents du secteur public a été réalisée selon le même principe que les agents du secteur privé : on modélise d’abord les sinistres jusqu’à 2020, puis projection en se basant sur cet historique.

Cependant, l’indemnisation complète des agents de droit public est bien plus rapide que le personnel de droit privé. En effet, certaines lois comme la loi Évin, et le principe de maintien des garanties ne s’appliquent pas dans ce secteur.

On peut par exemple, noter que pour les personnes relevant du droit public, la garantie ”décès” s’applique aux décès survenant entre la date de prise d’effet et la date d’expiration, de suspension ou de résiliation du contrat ou de la garantie, alors que ce n’est pas le cas pour celles qui relèvent du droit privé. Pour cette raison, nous avons décidé pour ce portefeuille de liquider l’ensemble des règlements en 8 ans.

Par ailleurs, on étudie toujours les données historiques entre 2010 et 2020, le triangle des données débute donc en 2010 pour l’ensemble de ces options.

Cependant, nous avons décidé d’exclure de notre étude, les données des années trop vieilles car elles paraissent ”périmées”. Les deux premières années de l’historique n’ont donc pas été incluses dans les calculs.

Afin de mieux visualiser, on peut représenter les données par un schéma :

Année	i	Cotisation	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2010	0	P_0	$c_{0,0}$	$c_{0,1}$	$c_{0,2}$	$c_{0,3}$	$c_{0,4}$	$c_{0,5}$	$c_{0,6}$	$c_{0,7}$	$c_{0,8}$
2011	1	P_1	$c_{1,0}$	$c_{1,1}$	$c_{1,2}$	$c_{1,3}$	$c_{1,4}$	$c_{1,5}$	$c_{1,6}$	$c_{1,7}$	
2012	2	P_2	$c_{2,0}$	$c_{2,1}$	$c_{2,2}$	$c_{2,3}$	$c_{2,4}$	$c_{2,5}$	$c_{2,6}$		
...			
...				
2015	5	P_2	$c_{5,0}$	$c_{5,1}$	$c_{5,2}$	$c_{5,3}$					
...						
...							
...								
2019	9	P_9	$c_{9,0}$	$c_{9,1}$							
2020	10	P_{10}	$c_{10,0}$								

TABLE 5 – Triangle des règlements cumulés pour les options A1, B, C et D

Comme on peut le voir sur ce schéma, les données 2010 et 2011 n’ont pas été utilisées sauf pour les données qui se trouvent à droite car nous en avons besoin pour le calcul des

dernières années de développement.

Il faut également savoir que dans ce portefeuille, nous avons 5 garanties notées A1, A2, B, C et D.

Or, pour l'option A2, l'assureur dispose d'un historique d'environ 30 ans et non 10 ans. En effet, les données disponibles débutent en 1985 et non plus en 2010. Ainsi, nous avons fait le choix, pour cette option, d'utiliser cette information supplémentaire. L'historique étant plus long, la cadence est donc également plus longue, soit 30 ans.

Le schéma de l'option A2 est comme suit :

Année	i	Cotisation	0	1	29
1985	0	P_0	$c_{0,o}$	$c_{0,1}$	$c_{0,29}$
1986	1	P_0	$c_{0,o}$	$c_{0,1}$	$c_{0,28}$	
...		
...		
2010	20	P_{20}	$c_{20,o}$	$c_{20,1}$	$c_{20,2}$	$c_{20,10}$					
...						
...							
...								
2019	29	P_{29}	$c_{29,o}$	$c_{29,1}$							
2020	30	P_{30}	$c_{30,o}$								

TABLE 6 – Triangle des règlements cumulés pour l'option A2

Enfin, les sinistres ont été modélisés selon la méthode de Chain-Ladder : en effet, en raison du décaissement plus rapide des sinistres, la méthode de Chain-Ladder s'applique plutôt bien alors que ce n'était pas le cas pour le portefeuille précédent.

Nous pouvons par exemple, reprendre ici les résultats de la vérification des hypothèses de Chain-Ladder pour l'option A1 :

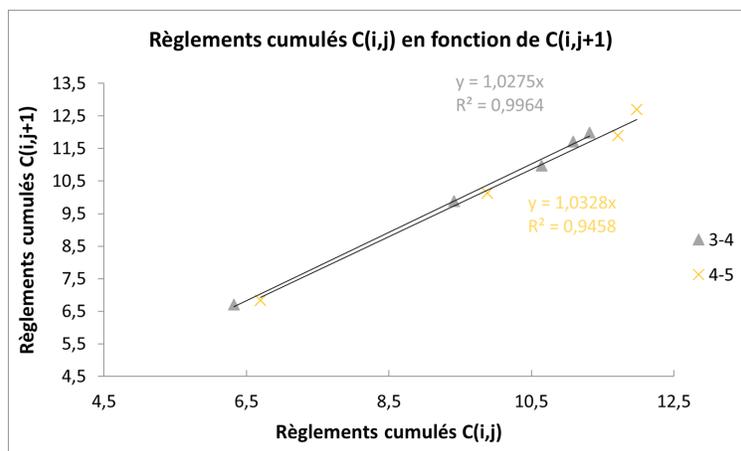
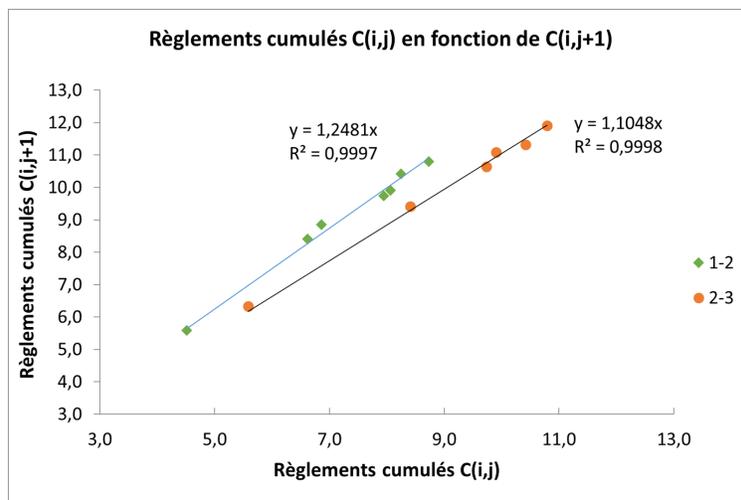
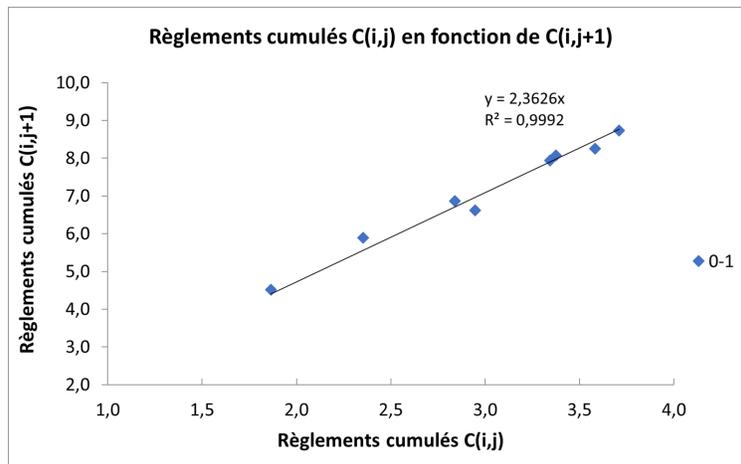


FIGURE 24 – Représentation graphique des règlements cumulés de l’option A1

L’hypothèse de Chain-Ladder étant vérifiée pour toutes les options du portefeuille, nous

avons appliqué cette méthode afin de modéliser les sinistres survenus entre 2010 et 2020 (ou 1985 et 2020 pour A2).

Cependant, nous nous sommes rendu compte que cette méthode a tendance à sous-estimer les règlements. En effet, nous savons par exemple, qu'aujourd'hui, les arrêts de travail sont de plus en plus longs. Ainsi, la méthode de Chain-Ladder a tendance à sous-estimer les règlements : on règle plus sur des années récentes par rapport aux années précédentes.

Pour cette raison, nous avons décidé d'appliquer également la méthode de Chain-Ladder sur les données des charges cumulées. Par cette manière, on obtient donc deux modélisations : une modélisation de l'historique des charges cumulées et une modélisation des règlements cumulés. Ainsi, nous pouvons voir qu'à l'ultime, les règlements obtenus pas le triangle des coûts cumulés est supérieur aux règlements obtenus par le triangle des règlements cumulés. Pour chaque année d'origine, on peut donc calculer le rapport à l'ultime par :

$$r_i = S_J / C_J \quad (14)$$

avec J la dernière année de développement, S_J le montant du coût à l'ultime et C_J le montant du règlement à l'ultime.

Ainsi, on peut reprendre les règlements cumulés et multiplier les projections par le rapport correspondant afin de redresser les résultats. Les différents rapports ont d'ailleurs été limités à 3% afin d'éviter de trop augmenter les règlements. De la même manière que la garantie décès du portefeuille précédent, on a également modélisé la fin des différentes cadences obtenues car elles paraissaient non cohérentes. Ainsi, après avoir figé les premières années de développement, on modélise la fin de la cadence par la formule :

$$X_j = \frac{X_{j+1}}{1 - x} \quad (15)$$

où x est le coefficient de décroissance.

La seule exception dans ce portefeuille est l'option A2 pour laquelle la modélisation par la méthode de Chain-Ladder n'était pas complètement appropriée : en effet, la cadence de règlements obtenue par la méthode pure n'était pas satisfaisante. C'est pourquoi nous avons décidé d'appliquer cette méthode uniquement sur les 10 premières années de développement, puis d'appliquer la méthode des cadences par la suite. Enfin, nous avons également lissé, par la même méthode, la cadence obtenue afin d'obtenir une meilleure modélisation.

On peut d'ailleurs voir les différentes cadences de règlements avant et après lissage de l'option A2 :

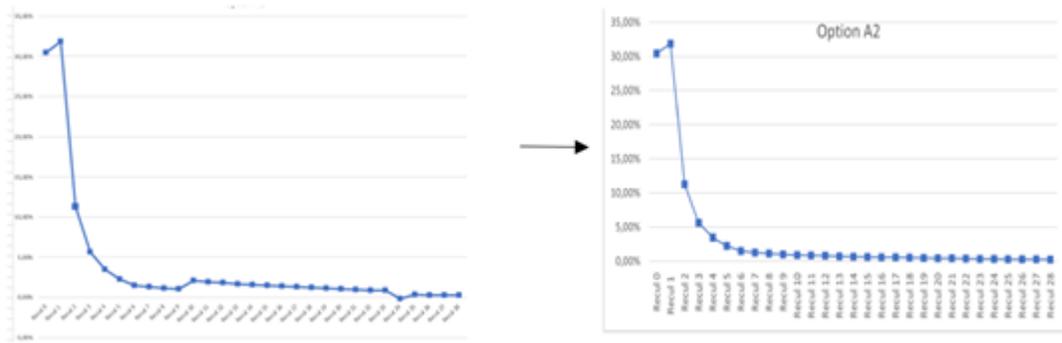
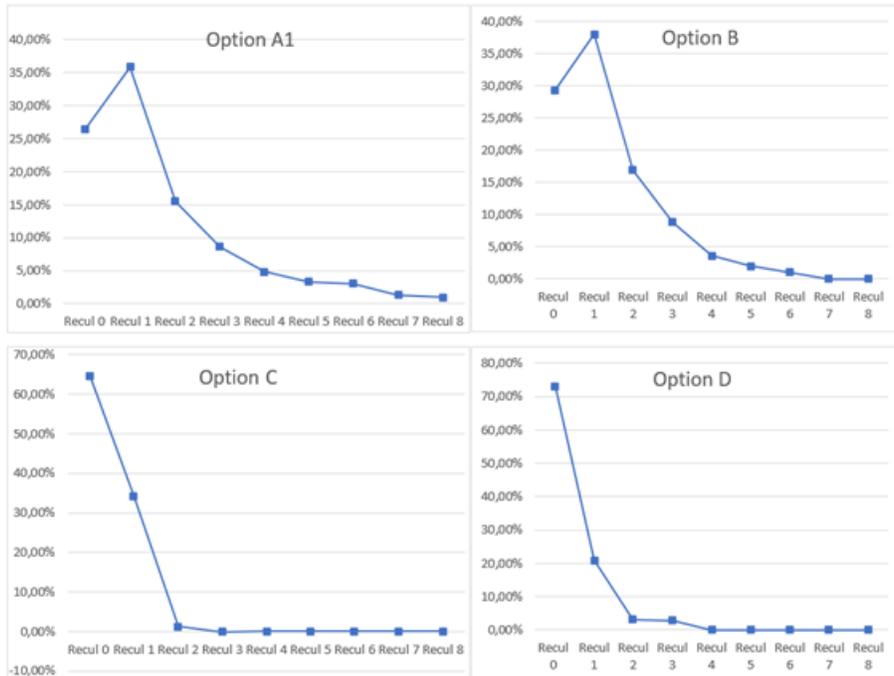


FIGURE 25 – Lissage de la cadence de règlements de l'option A2

On peut tracer pour chaque garantie, les cadences de règlements afin d'avoir une visualisation graphique de nos modèles.



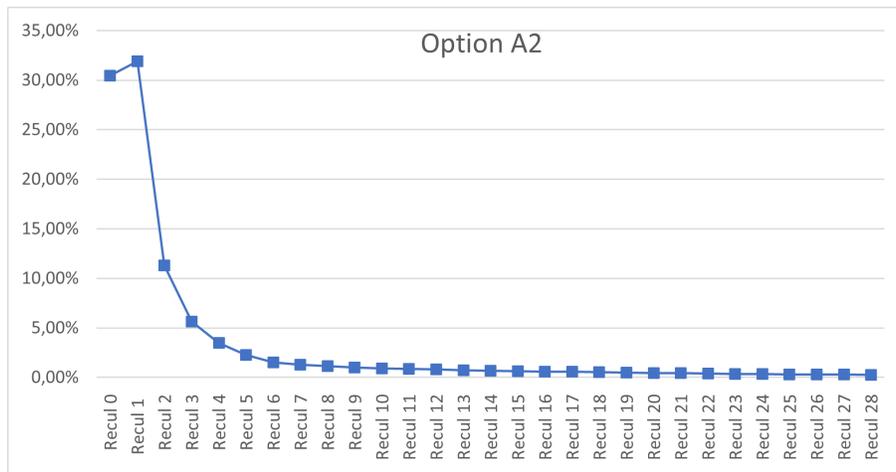


FIGURE 26 – Cadences de projection des options du portefeuille public

Nous pouvons voir que pour l'ensemble des options du portefeuille, les cadences de règlements sont plutôt cohérentes : les règlements ont principalement lieu les 3 premières années. Ainsi, à partir de ces projections (faites jusqu'en 2020), on peut modéliser les règlements des sinistres qui auront lieu entre 2021 et 2025.

Pour cela, nous procédons exactement de la même manière que pour le portefeuille précédent : projection d'abord à l'ultime par une hypothèse de sinistralité et de prime, calcul des différents coefficients de Chain-Ladder, et découlement des différents règlements.

3.3.3 Résumé et calcul des règlements

Grâce aux différentes méthodes, nous avons ainsi pu modéliser pour chacune des garanties au sein des deux portefeuilles, les règlements depuis 2010 (sauf pour A2 du portefeuille des agents publics, pour lequel nous avons les règlements depuis 1985).

Nous avons donc pour chacune des différentes garanties, un tableau récapitulatif des règlements pour chaque année d'origine comme suit :

	i	0	1	2	3	4	5	...	J
2010	0	$x_{0,0}$	$x_{0,1}$...	$x_{0,3}$...	$x_{0,5}$...	$x_{0,J}$
2011	1	$x_{1,0}$	$x_{1,1}$...	$x_{1,3}$...	$x_{1,5}$...	$x_{1,J}$
...
...	i	$x_{i,0}$	$x_{i,1}$...	$x_{i,3}$...	$x_{i,5}$...	$x_{i,J}$
...
...	$I - i$	$x_{I-i,0}$	$x_{I-i,1}$...	$x_{I-i,3}$...	$x_{I-i,5}$...	$x_{I-i,J}$
...
2020	10	$x_{10,0}$	$x_{10,1}$...	$x_{10,j}$...	$x_{10,5}$...	$x_{I-1,J}$
2021	11	$x_{11,0}$	$x_{11,1}$...	$x_{11,3}$...	$x_{11,5}$...	$x_{11,J}$
2022	12	$x_{12,0}$	$x_{12,1}$...	$x_{12,3}$...	$x_{12,5}$...	$x_{12,J}$
2023	13	$x_{13,0}$	$x_{13,1}$...	$x_{13,3}$...	$x_{13,5}$...	$x_{13,J}$
2024	14	$x_{14,0}$	$x_{14,1}$...	$x_{14,3}$...	$x_{14,5}$...	$x_{14,J}$
2025	15	$x_{15,0}$	$x_{15,1}$...	$x_{15,3}$...	$x_{15,5}$...	$x_{15,J}$

TABLE 7 – Tableau des règlements incrémentaux

L'un des principaux éléments que nous devons calculer dans l'élaboration du *business plan*, est la charge de règlements.

Par les différents tableaux que nous venons de constituer (Table 7), on peut ainsi récupérer facilement cette information en sommant les différents règlements par année d'origine. Par exemple, pour calculer les règlements qui auront lieu en 2021, il suffit de sommer les règlements suivants surlignés en jaune :

	i	0	1	2	3	4	5	...	J
2010	0	$x_{0,0}$	$x_{0,1}$...	$x_{0,3}$...	$x_{0,5}$...	$x_{0,J}$
2011	1	$x_{1,0}$	$x_{1,1}$...	$x_{1,3}$...	$x_{1,5}$...	$x_{1,J}$
...
...	i	$x_{i,0}$	$x_{i,1}$...	$x_{i,3}$...	$x_{i,5}$...	$x_{i,J}$
...
...	$I - i$	$x_{I-i,0}$	$x_{I-i,1}$...	$x_{I-i,3}$...	$x_{I-i,5}$...	$x_{I-i,J}$
...
2020	10	$x_{10,0}$	$x_{10,1}$...	$x_{10,j}$...	$x_{10,5}$...	$x_{I-1,J}$
2021	11	$x_{11,0}$	$x_{11,1}$...	$x_{11,3}$...	$x_{11,5}$...	$x_{11,J}$
2022	12	$x_{12,0}$	$x_{12,1}$...	$x_{12,3}$...	$x_{12,5}$...	$x_{12,J}$
2023	13	$x_{13,0}$	$x_{13,1}$...	$x_{13,3}$...	$x_{13,5}$...	$x_{13,J}$
2024	14	$x_{14,0}$	$x_{14,1}$...	$x_{14,3}$...	$x_{14,5}$...	$x_{14,J}$
2025	15	$x_{15,0}$	$x_{15,1}$...	$x_{15,3}$...	$x_{15,5}$...	$x_{15,J}$

3.3.4 Calcul des provisions

Dans le *business plan*, il faut reporter la charge sinistre qui est composée des règlements et des provisions. Dans la partie précédente, nous avons calculé les différents règlements. Nous allons maintenant voir dans la partie qui suit le calcul des différentes provisions.

À partir des tableaux de règlements incrémentaux que l'on a constitué pour chacune des garanties, on peut calculer facilement les provisions *Best Estimate*. En effet, il suffit dans un premier temps de calculer les paiements cumulés puis pour chaque année de survenance, faire la différence entre le règlement cumulé à l'ultime, et le règlement cumulé pour chaque année de développement, comme sur le schéma suivant :

	i	0	1	2	3	4	5	...	J
2010	0	$c_{0,J} - c_{0,0}$	$c_{0,J} - c_{0,1}$...	$c_{0,J} - c_{0,3}$...	$c_{0,J} - c_{0,5}$...	$c_{0,J}$
2011	1	$c_{1,J} - c_{1,0}$	$c_{1,J} - c_{1,1}$...	$c_{1,J} - c_{1,3}$...	$c_{1,J} - c_{1,5}$...	$c_{1,J}$
...
...	i	$c_{i,J} - c_{i,0}$	$c_{i,J} - c_{i,1}$...	$c_{i,J} - c_{i,3}$...	$c_{i,J} - c_{i,5}$...	$c_{i,J}$
...
...	$I - i$	$c_{I-i,J} - c_{I-i,0}$	$c_{I-i,J} - c_{I-i,1}$...	$c_{I-i,J} - c_{I-i,3}$...	$c_{I-i,J} - c_{I-i,5}$...	$c_{I-i,J}$
...
2020	10	$c_{10,J} - c_{10,0}$	$c_{10,J} - c_{10,1}$...	$c_{10,J} - c_{10,3}$...	$c_{10,J} - c_{10,5}$...	$c_{10,J}$
2021	11	$c_{11,J} - c_{11,0}$	$c_{11,J} - c_{11,1}$...	$c_{11,J} - c_{11,3}$...	$c_{11,J} - c_{11,5}$...	$c_{11,J}$
2022	12	$c_{12,J} - c_{12,0}$	$c_{12,J} - c_{12,1}$...	$c_{12,J} - c_{12,3}$...	$c_{12,J} - c_{12,5}$...	$c_{12,J}$
2023	13	$c_{13,J} - c_{13,0}$	$c_{13,J} - c_{13,1}$...	$c_{13,J} - c_{13,3}$...	$c_{13,J} - c_{13,5}$...	$c_{13,J}$
2024	14	$c_{14,J} - c_{14,0}$	$c_{14,J} - c_{14,1}$...	$c_{14,J} - c_{14,3}$...	$c_{14,J} - c_{14,5}$...	$c_{14,J}$
2025	15	$c_{15,J} - c_{15,0}$	$c_{15,J} - c_{15,1}$...	$c_{15,J} - c_{15,3}$...	$c_{15,J} - c_{15,5}$...	$c_{15,J}$

TABLE 8 – Tableau des provisions *Best Estimate*

Cependant, dans le calcul de ses provisions, l'assureur dispose d'une approche plus prudente pour le portefeuille de la fonction privé. Cela est d'ailleurs dû à deux raisons principales :

- Les garanties de ce portefeuille ne sont pas toutes modélisées par la méthode de Chain-Ladder alors que les provisions *B.E.* reposent sur cette méthode ;
- Le code des assurances imposent d'appliquer les provisions normes françaises qui permettent d'obtenir des provisions supérieures aux provisions *B.E.*

Or, l'assureur connaît le montant de ses provisions réelles uniquement pour les années antérieures et non pour les années de projection futures. Ainsi, les provisions *B.E.* serviront à calculer les provisions non connues par l'assureur grâce à un coefficient de sur-provisionnement (ou de sous-provisionnement) que nous calculerons.

Cependant, pour le portefeuille du secteur public, nous nous limitons aux provisions *B.E.*

dans le cadre de la modélisation, car il y a peu d'écart avec les normes tarifaires sur-mesure utilisées comme normes françaises alors que nous utilisons une approche plus prudente pour le privé.

Ainsi, pour les années 2010 à 2020, les provisions utilisées dans les calculs du *business plan* du portefeuille privé, correspondront aux provisions réelles : les provisions pour sinistres à payer, les provisions mathématiques ainsi que les tardifs.

On dispose donc, pour chacune des garanties du portefeuille privé, d'un triangle de provisions comme suit :

	i	0	1	2	3	4	5	...	J
2010	0	$P_{0,0}$	$P_{0,1}$...	$P_{0,3}$...	$P_{0,5}$...	$P_{0,J}$
2011	1	$P_{1,0}$	$P_{1,1}$...	$P_{1,3}$...	$P_{1,5}$...	
...		
...	i	$P_{i,0}$	$P_{i,1}$...	$P_{i,3}$...			
...				
...	$I - i$	$P_{I-i,0}$	$P_{I-i,1}$...					
...						
2020	10	$P_{10,0}$							

TABLE 9 – Triangle des provisions réelles

Puis, pour les années de projection pour lesquelles, nous ne connaissons pas encore la provision qui sera enregistrée, nous utilisons les provisions *B.E.* En effet, on commence par calculer, pour chaque année de développement, un rapport de sur-provisionnement (ou de sous-provisionnement) qui est égal au rapport entre les provisions réelles et les provisions *B.E.* :

$$l_j = \frac{\sum_{i=0}^I P_{ij}}{\sum_{i=0}^I P_{ij}^{BE}} \quad (16)$$

pour $j = 0, \dots, J$, P , où P est la provision réelle et P^{BE} la provision *B.E.*

Puis, on complète le triangle des provisions par le produit des provisions *B.E.* et ce facteur pour chaque montant inconnu.

On résume la méthode sur le schéma suivant :

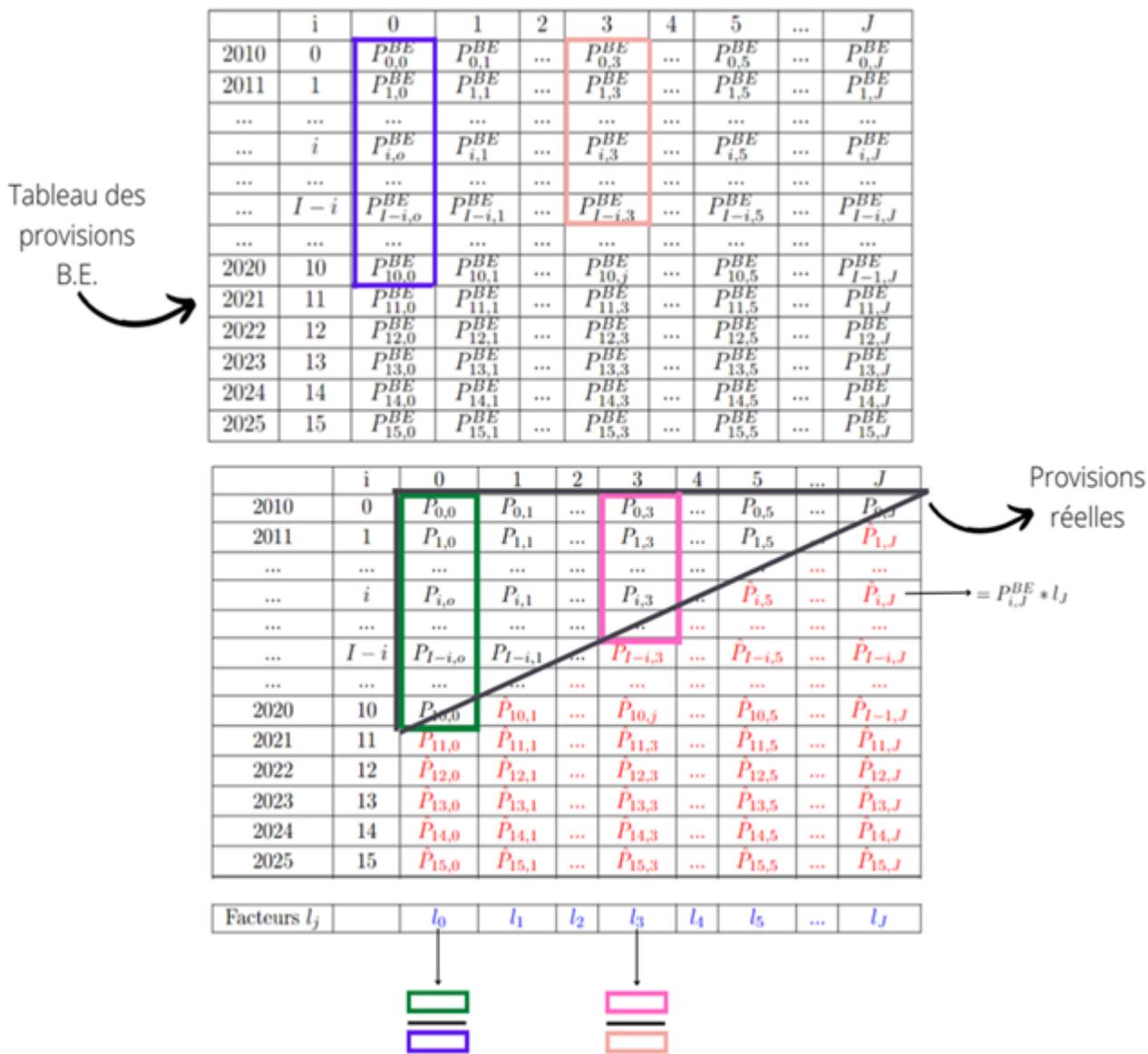


FIGURE 27 – Résumé de la méthode de projection

Ainsi, pour chacune des garanties au sein des deux portefeuilles, nous obtenons une modélisation des provisions. Comme pour les règlements, on récupère alors la provision afférente à chaque année d'origine.

La modélisation de chacune des garanties permet alors d'avoir une estimation de la charge sinistre des 5 prochaines années.

3.4 Ajustement des hypothèses principales

Les différentes méthodes déterministes mises en place permettent ainsi d'obtenir un modèle de projection approprié à chacun des deux portefeuilles. Il reste ainsi à fixer les différentes hypothèses afin d'obtenir un premier scénario central pour chacune des garanties des deux portefeuilles.

Dans le but d'obtenir un modèle proche de la réalité, nous avons essayé d'ajuster les différentes hypothèses afin de voir les résultats qui découlent du modèle. En effet, le modèle permet de projeter la charge sinistre des années 2021 à 2025. Or, l'année 2021 étant terminée, nous pouvons facilement comparer les charges sinistres prédites par le modèle et la réalité. Ainsi, cette comparaison nous a permis d'ajuster les hypothèses prises au départ, notamment au niveau de la sinistralité.

On peut par exemple voir les résultats de la modélisation pour l'année 2021 :

		Données prédites par le modèle				Données réelles			
		Incapacité	Invalidité	Décès Accidentel	Décès	Incapacité	Invalidité	Décès Accidentel	Décès
Prime brute		10 408	4 690	511	5 065	11 820	5 118	597	4 223
	Total	11 455	7 389	59	1 477	10 265	6 936	-23	1 217
Charge sinistre brute : hors frais	Charge règlements	9 456	2 914	46	920	8 986	2 380	0	629
	Charge provisions	1 998	4 476	13	557	1 279	4 556	-23	588

FIGURE 28 – Comparaison des résultats du portefeuille privé

		Données prédites par le modèle					Données réelles				
		A1	A2	B	C	D	A1	A2	B	C	D
Charge sinistre brute : hors frais	Total	21 341	5 655	8 382	2 001	530	21 292	5 293	7 545	1 427	454
	Charge règlements	16 810	5 502	7 668	1 057	673	14 655	7 517	7 517	1 197	631
	Charge provisions	4 523	153	714	945	-143	6 637	-2 234	28	230	-177

FIGURE 29 – Comparaison des résultats du portefeuille public

Dans un souci de confidentialité, les valeurs ont été changées.

En comparant chacune des garanties, on peut donc noter que les résultats 2021 prédits par le modèle sont très satisfaisants. En effet, on peut remarquer que le modèle a tendance à sur-estimer les provisions mais que les résultats globaux (règlements + provisions) se rapprochent fortement de la réalité.

Ainsi, nous avons pu obtenir pour chacune des garanties étudiées, un premier scénario central proche de la réalité, du moins pour l'année 2021.

Pour les années 2022 à 2025, l'assureur se fixe pour objectif de diminuer au fur et à mesure sa sinistralité. Ainsi, pour chacune des années, l'hypothèse de sinistralité a été diminuée progressivement de manière à obtenir un S/C brut au global d'environ 80% en 2025 (les frais de gestion viendront s'ajouter par la suite).

Les hypothèses autres que l'hypothèse de sinistralité ont alors été fixées ainsi :

- La prime augmente au fur et à mesure des futures années, car l'assureur espère pouvoir agrandir son portefeuille ;
- Les frais restent constants.

4 Du déterministe au stochastique

L'application des différentes méthodes déterministes a permis de modéliser par un premier scénario central, les différents flux des deux portefeuilles. Afin d'obtenir des résultats de projection plus précis, nous allons essayer d'introduire une distribution sur les différents paramètres afin de pouvoir obtenir plusieurs scénarios et non plus un seul. Pour cela, nous allons nous inspirer de la méthode de Mack. Ainsi, nous commencerons par faire un rappel de la méthode de Mack puis nous passerons à l'étape de modélisation.

Les méthodes déterministes présentent plusieurs limites : impossibilité d'obtenir une estimation de la loi de probabilité de la provision totale, pas de calcul du volatilité, impossibilité de mesurer l'incertitude sur l'estimation des provisions des sinistres, etc...

Ainsi, afin de pouvoir quantifier la variabilité des réserves estimées, les méthodes stochastiques ont été créées. L'objectif principal de ces méthodes est d'introduire une distribution sur le montant estimé des sinistres. En effet, ils permettent, notamment par la construction d'intervalles de confiance, d'obtenir une marge d'erreur sur le montant des provisions.

L'idée générale de ces modèles repose sur le fait que les éléments du triangle de liquidation (paiements cumulés, incrémentaux, etc...) sont considérés comme des variables aléatoires réelles (observées à la date de fin 31/12/n) : on suppose donc que les $(x_{i,j})_{i,j \leq n}$ sont des réalisations de $(X_{i,j})_{i,j \leq n}$.

En effet, les modèles stochastiques reposent sur une modélisation stochastique paramétrée du rectangle de liquidation où les paramètres du modèle sont estimés à l'aide des données du triangle supérieur. On peut donc, définir la provision R_i de la $i^{\text{ème}}$ année d'origine par :

$$R_i = C_{i,n} - C_{i,n-i} = \sum_{k=n-i+1}^n X_{i,k} \quad (17)$$

où R_i est une v.a.r. ainsi que $R = \sum_{i=1}^n R_i$ la provision globale.

4.1 Le modèle de Mack

L'un des principaux modèles stochastiques est le modèle de Mack.

4.1.1 Principe de la méthode

En 1983, le modèle de Chain Ladder est rendu aléatoire par MACK en y ajoutant des indicateurs de risque de prédiction. Il s'agit de la première méthode développée afin d'estimer la volatilité des provisions en utilisant la méthode de Chain-Ladder. Il permet de déterminer une estimation de la volatilité de l'estimateur des provisions techniques (les erreurs de prédiction). Ce modèle est qualifié de non-paramétrique car aucune hypothèse de distribution n'est faite sur les composantes du triangle.

Le modèle de Mack repose sur les hypothèses suivantes :

- Pour $j = 1, \dots, n - 1$, il existe un facteur de développement f_j tel que pour $i = 1, \dots, n$, on a : $\mathbb{E}[C_{i,j+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = C_{ij}f_j$;
- les exercices d'origines sont indépendants, c'est-à-dire, pour $l \neq k, \{C_{k,1}, \dots, C_{k,n}\}$ et $\{C_{l,1}, \dots, C_{l,n}\}$ sont indépendants ;
- Pour $j = 1, \dots, n - 1$, il existe un paramètre σ_j^2 tel que :

$$\text{Var}[C_{i,j+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = C_{ij}\sigma_j^2.$$

Cela signifie que pour j fixé, le graphique des résidus ne doit faire apparaître aucune structure non-aléatoire.

Ce modèle suppose que les exercices d'origines sont indépendants : cela signifie que les montants cumulés de règlements pour chaque année de survenance sont indépendants. Dans certains cas, cette hypothèse pourrait ne pas être vérifiée par exemple, dans le cas des changements de management au niveau de la gestion des sinistres ou alors des facteurs d'inflation. En réalité, cette hypothèse est toujours considérée valide.

Cette méthode nécessite donc de mettre en place plusieurs éléments : le calcul des facteurs de développement, l'estimation du montant de la provision, la mesure de l'incertitude inhérente, estimation de la variance, et la construction d'un intervalle de confiance.

4.1.2 Construction d'un intervalle de confiance

Le modèle de Mack ne permet pas d'obtenir la description complète de la distribution des provisions mais en faisant une hypothèse sur la distribution des provisions, on peut obtenir les quantiles.

Ainsi, la loi la plus utilisée est la loi Normale. L'intervalle de confiance à 95% est alors donné par :

$$[\hat{R}_i - 1.96se(R_i); \hat{R}_i + 1.96se(R_i)] \quad (18)$$

où \hat{R}_i est la moyenne de la valeur estimée et $se(R_i)$ est l'écart type : $se(R_i) = \sqrt{MSE(\hat{R}_i)}$

4.2 Modélisation de la distribution

Dans la modélisation, nous devons effectuer un choix de probabilité : nous avons alors choisi d'utiliser la loi normale pour modéliser la distribution. Ainsi, après avoir effectué un bref rappel, nous verrons le calcul des différents paramètres, puis nous passerons à l'étape de modélisation.

4.2.1 La loi Normale

Afin de décrire de manière théorique le caractère aléatoire d'une variable, on utilise les lois de probabilité.

Introduite par le mathématicien Abraham de Moivre en 1733, la loi normale est une des principales distributions de probabilité. Elle est utilisée pour approcher des probabilités associées à des variables aléatoires binomiales possédant un paramètre n très grand. Parmi les lois de probabilité, les lois normales sont les plus utilisées pour modéliser des phénomènes naturels issus de plusieurs événements aléatoires.

Une loi normale est caractérisée par deux paramètres : l'espérance μ et la variance σ qui permet de renseigner sur la dispersion des valeurs autour de l'espérance. La densité de probabilité de la loi normale est donnée par :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (19)$$

On note souvent $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

4.2.2 Moyenne pondérée et volatilité pondérée

Dans l'élaboration du *business plan*, plusieurs hypothèses de départ ont été émises. Pour chacune des années 2021 à 2025, les différentes hypothèses portent sur le montant de la prime estimé, la sinistralité, le taux de réassurance, et les frais internes/externes. Parmi ces différents éléments, nous avons décidé d'introduire dans notre modèle, une distribution sur la sinistralité. En effet, l'assureur dispose d'une idée de l'ensemble des hypothèses futures de par son expertise, sauf pour la sinistralité, pour laquelle ce paramètre reste aléatoire.

Ainsi, pour chacune des garanties au sein des deux portefeuilles, nous avons décidé de modéliser la sinistralité par une distribution normale.

En ce sens, la première étape a alors été de calculer, pour chaque garantie, la volatilité pondérée. Or, le calcul de ce paramètre nécessite d'obtenir d'abord la moyenne de la sinistralité de chacune des garanties pondérée par le chiffre d'affaires. En effet, lorsque le nombre d'assurés est plus important, il est évident que la sinistralité observée sera plus grande. C'est pourquoi, nous devons évaluer la moyenne pondérée et la volatilité pondérée.

Pour cela, nous reprenons le triangle des charges cumulées complétées auparavant. Puis, pour chacune des années i présente dans l'historique, on calcule le rapport $(\frac{S}{C})_i$ à l'ultime par :

$$\left(\frac{S}{C}\right)_i = C_{i,J}/P_i \quad (20)$$

où $C_{i,J}$ est la charge de sinistre à l'ultime de l'année i et P_i la prime afférente. Ce calcul n'est d'ailleurs pas effectué sur les années trop récentes, car le montant à l'ultime correspond plus à une projection alors qu'on se rapproche de la réalité pour les années antérieures. En effet, plus on se rapproche de la dernière année de développement J , plus le montant à l'ultime prévu par le modèle sera proche de la réalité. Notons par exemple h la dernière année d'historique prise en compte dans le calcul.

Ainsi, pour chaque année i , nous avons une moyenne de sinistralité.

On peut ainsi calculer la sinistralité moyenne historique pondérée par le chiffre d'affaires :

$$\left(\frac{S}{C}\right)_{moyen} = \frac{\sum_{i=0}^h \prod_{i=0}^h [(\frac{S}{C})_i * P_i]}{\sum P_i} \quad (21)$$

avec $(\frac{S}{C})_i$ la sinistralité historique de l'année i et P_i la prime correspondante.

Après avoir obtenu la moyenne de sinistralité de la garantie, on peut ainsi calculer sa volatilité :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^h [((S/C)_i - (S/C)_{moyen})^2 * P_i]}{\sum_{i=0}^h P_i}} \quad (22)$$

Ces différentes étapes de calcul nous permettent donc d'obtenir pour chacune des garanties la volatilité historique de la sinistralité.

On peut d'ailleurs noter que la volatilité obtenue peut être très différente en fonction de la garantie étudiée : par exemple, en incapacité, la volatilité est d'environ 4,4% alors qu'elle est d'environ 52,2% en invalidité. En effet, cette différence est cohérente car les conséquences financières en invalidité peuvent être beaucoup plus lourdes par rapport à l'incapacité.

4.2.3 Modélisation

Les différents paramètres de la loi normale ayant été calculés précédemment, on peut passer à l'étape de modélisation.

L'objectif principal de la modélisation a été d'introduire une distribution sur les paramètres portant sur la sinistralité. En effet, chacune des garanties doit prendre une valeur dont la distribution est la loi normale, et ce, sur un nombre n de simulations. Ainsi, on peut obtenir n scénarios de résultats qui pourront être exploités par la suite. Cette modélisation a été développée sur VBA.

En ce sens, la première étape a été d'écrire une fonction qui permet de créer un nouveau classeur Excel dans lequel seront stockés les résultats.

Puis, nous passons à l'étape de modélisation de la distribution. L'objectif était alors de créer une fonction VBA qui permet d'attribuer pour chacune des garanties une nouvelle sinistralité en fonction des paramètres renseignés. La modélisation de la distribution a été faite séparément pour chacun des deux portefeuilles, mais la logique reste la même.

Cette fonction permet alors d'attribuer un nombre aléatoire selon la loi normale pour chacune des années 2021 à 2025 et chacune des garanties du portefeuille. Pour cela, nous attribuons dans un premier temps les paramètres de la loi normale qui sont :

- pour l'espérance : une sinistralité moyenne cible pour chacune des années 2021 à 2025 (ces paramètres ont été fixés dans la section 3.4) ;
- pour la volatilité : la volatilité calculée auparavant pour chacune des garanties ;

Ainsi, les paramètres ayant été calibrés pour chacune des garanties, la fonction permet par la suite de générer des nombres aléatoires découlant de la loi normale. Ceci a été réalisé à l'aide de l'Utilitaire d'Analyse avec le code suivant :

```
Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", "", A, B, C, D, E, F
```

où

- A correspond au nombre de variables générées ;
- B correspond au nombre de nombres aléatoires générés ;
- C correspond au choix de la distribution (la loi normale dans notre cas) ;
- D correspond à la graine aléatoire
- E et F correspondent aux paramètres de la distribution.

Pour chacune des années 2021 à 2025 et chacune des garanties au sein du portefeuille, on génère donc un nombre aléatoire selon la loi Normale qui correspondra à une simulation de la sinistralité.

De ce fait, on peut obtenir pour chacun des portefeuilles, un nombre n de simulations sur lesquelles découlent automatiquement les *business plan* des 5 prochaines années en fonction du résultat de sinistralité obtenu par la simulation. Afin de mieux analyser les résultats, nous pouvons visualiser dans un premier temps les résultats de la marge brute en fonction du nombre de simulations.

Le graphique suivant représente les résultats (toutes garanties confondues) de la marge brute du portefeuille privé sur 25, 100 puis 200 simulations :

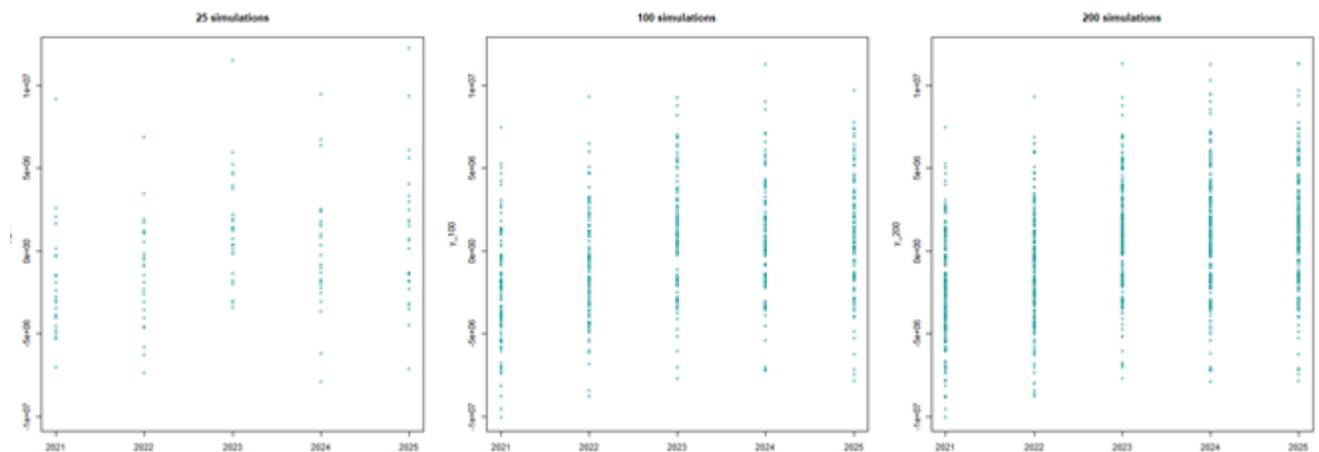


FIGURE 30 – Résultats de la marge brute du portefeuille privé en fonction du nombre de simulations

Ainsi, nous pouvons remarquer que le nombre de simulations a une influence négligeable sur les différents résultats. En effet, l'étendue de la marge brute reste assez similaire sur les trois graphiques. Néanmoins, plus le nombre de simulations augmente, plus nous obtenons une concentration des résultats autour de la moyenne.

Dans le cadre de ce mémoire, l'objectif était d'obtenir une approche rentabilité, et non solvabilité. Or, on peut voir sur le graphique précédent que 200 simulations sont suffisantes pour obtenir des résultats assez précis. Dans la suite, la modélisation sera donc réalisée sur 200 simulations.

Pour chacun des deux portefeuilles, on peut alors simuler les différents scénarios afin de pouvoir exploiter les résultats. D'ailleurs, la garantie santé du portefeuille privé a été modélisée de façon séparée avec la prévoyance car la garantie est vendue dans un contrat différent.

À partir des différentes simulations, on peut ainsi réaliser différentes analyses afin de mieux visualiser les résultats. Par exemple, on peut pour chaque année simulée, analyser les marges brutes obtenues afin de pouvoir comparer avec la marge brute du scénario central. Pour chacune des années de projection, nous avons alors calculé une moyenne des différentes simulations, ainsi que les 1^{er} et 3^e quantiles afin d'obtenir un intervalle de confiance pour chaque année simulée. Ces différents calculs ont alors été implémentés sur VBA afin de pouvoir obtenir directement les résultats.

Ainsi, on peut réaliser différents graphiques sur lesquels on peut représenter les résultats de la marge brute du scénario central, la moyenne des simulations et l'intervalle de confiance associé. On peut d'ailleurs représenter les résultats pour chacune des garanties, ou alors même sommer les différentes garanties du portefeuille pour avoir les résultats au global.

On peut par exemple, représenter les résultats obtenus au global pour le portefeuille privé et le portefeuille public :

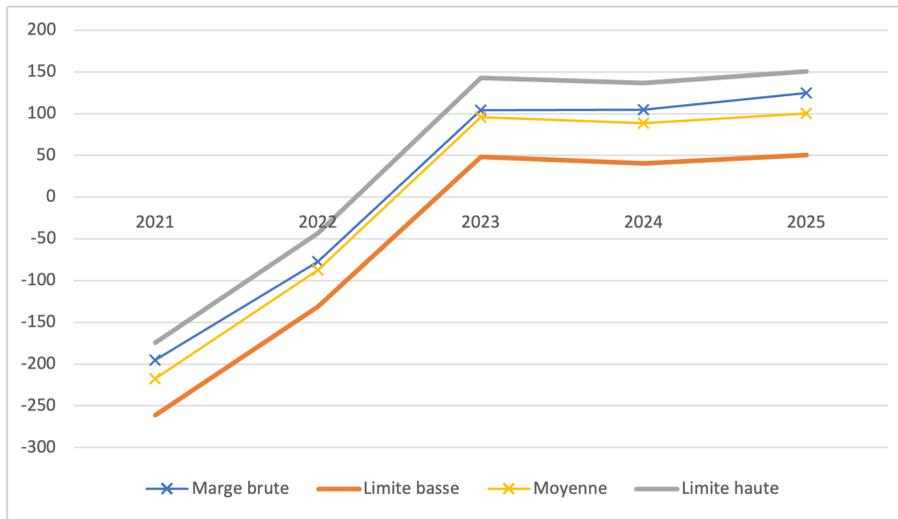


FIGURE 31 – Marge brute du portefeuille privé (toutes garanties confondues)

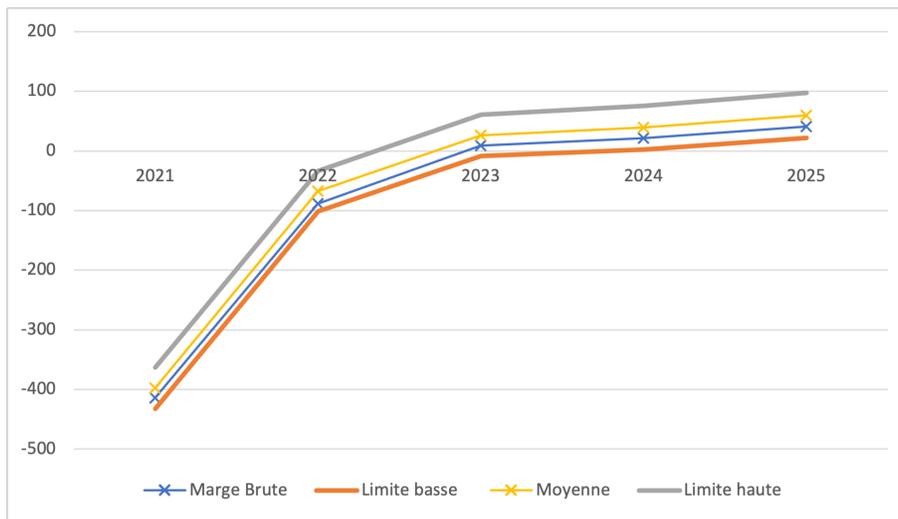


FIGURE 32 – Marge brute du portefeuille public (toutes garanties confondues)

Dans un souci de confidentialité, l'échelle a été modifiée.

Sur ces deux graphiques, on peut voir que la marge brute s'améliore pour chacun des deux portefeuilles. C'est d'ailleurs le résultat que l'on attendait, car nous avons introduit des hypothèses de sinistralité de plus en plus favorables. Ces graphiques nous permettent également de visualiser quels seront les résultats de la marge brute dans 95% des cas.

De la même manière, chacune des garanties peut être analysée séparément afin de voir les scénarios possibles dans le cas où l'on voudrait visualiser les résultats garantie par garantie. On peut par exemple, visualiser les résultats obtenus pour la garantie incapacité du portefeuille privé :

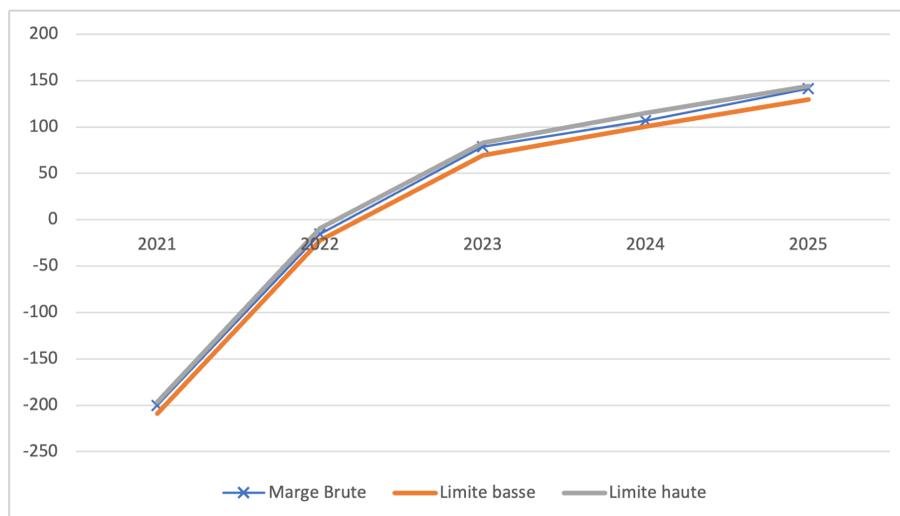


FIGURE 33 – Marge brute de la garantie incapacité

On peut noter que la même tendance se dégage, mais l'incapacité étant une garantie peu volatile, l'intervalle de confiance est bien plus précis.

La représentation graphique des résultats des autres garanties est donnée en annexe.

4.2.4 Analyse de la corrélation entre les garanties

À cette étape de la modélisation, nous avons pu obtenir une projection des 5 prochaines années de chacun des deux portefeuilles.

Cependant, en aucun cas, nous avons pris en compte dans le modèle, la corrélation entre les différentes garanties. En effet, nous savons que les garanties au sein du même portefeuille sont forcément liées entre elles. À titre d'illustration, nous pouvons donner l'exemple des arrêts de travail. En ce sens, plus les arrêts de travail déclarés pendant l'année sont importants (et donc l'assuré est déclaré en incapacité), plus il y a de chances que l'assuré soit déclaré invalide également.

Nous pouvons d'ailleurs représenter sur un graphique, les sinistralités historiques de chacune des garanties afin d'avoir une idée générale sur la corrélation.

Voici les résultats que nous obtenons pour le portefeuille du secteur privé :

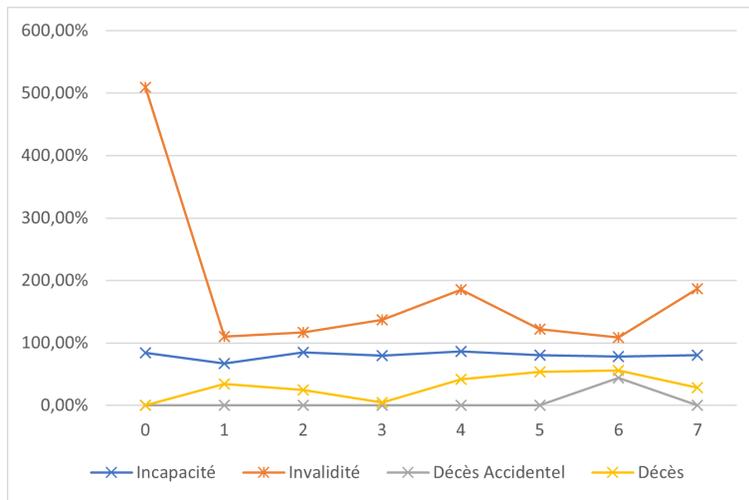


FIGURE 34 – Sinistralité historique des garanties du portefeuille privé

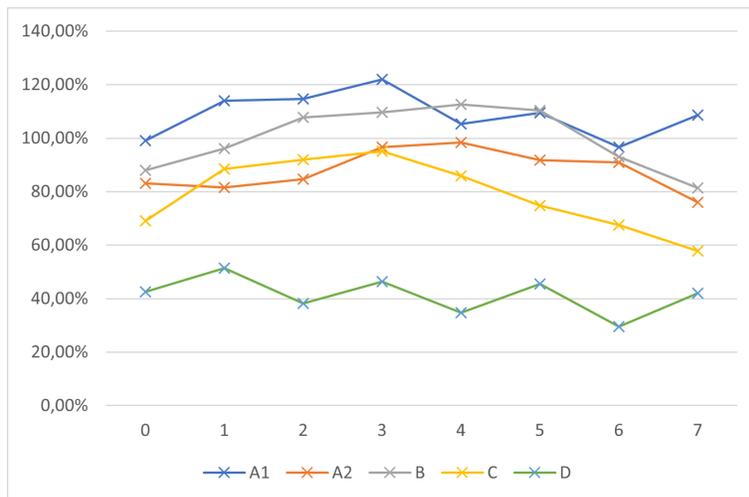


FIGURE 35 – Sinistralité historique des garanties du portefeuille public

Ainsi, on peut voir en comparant les garanties deux à deux sur chacun des graphiques, qu'une tendance se dégage. Les garanties sont certainement liées entre elles. Cependant, il a fallu choisir pour chacun des portefeuilles, une garantie qui servira de référence et qui sera donc comparée par rapport aux autres garanties présentes dans le portefeuille : la garantie incapacité a été fixée pour le secteur privé et l'option A1 pour le secteur public.

Comme pour la volatilité, il s'agira également d'une corrélation pondérée car les garanties présentes au sein d'un même portefeuille sont toujours vendues dans les mêmes proportions : par exemple, les garanties incapacité et invalidité sont vendues dans le même contrat.

Ainsi, nous avons utilisé la fonction *corr* du logiciel R afin d'obtenir la corrélation pondérée

entre chaque garantie et la garantie de référence (l'incapacité ou l'option A1) :

	Corrélation pondérée	Période d'étude
Incapacité / Invalidité	40%	2010-2017
Incapacité / Décès Accidentel	-32%	2010-2017
Incapacité / Décès	-11%	2010-2017

TABLE 10 – Corrélation des garanties du portefeuille privé

	Corrélation pondérée	Période d'étude
A1/A2	32%	2010-2019
A1/B	33%	2010-2019
A1/C	73%	2010-2019
A1/D	72%	2010-2017

TABLE 11 – Corrélation des garanties du portefeuille public

Au vu de ces 2 tableaux, on peut noter qu'une corrélation est bien présente entre les différentes garanties : ces dernières sont liées entre elles. Cependant, il faut noter que l'on a étudié la corrélation sur un temps limité. Pour les garanties longues, nous avons d'ailleurs dû raccourcir la période d'études (7 ans et plus 9 ans) car la sinistralité des années trop récentes est plus une projection qu'une réalité. Ainsi, en raison du manque de données, ces résultats de corrélation sont fortement affectés par un effet aléatoire.

En ce sens, on peut par exemple, noter que les garanties au sein du portefeuille privé présentent des corrélations négatives : c'est probablement dû à cet effet aléatoire. Nous avons alors décidé de faire l'hypothèse que les garanties sont indépendantes et donc forcer la corrélation à 0 pour ces garanties là afin d'être plus cohérent dans notre modélisation.

Les nouvelles corrélations du portefeuille privé deviennent alors :

	Corrélation pondérée	Période d'étude
Incapacité / Invalidité	40%	2010-2017
Incapacité / Décès Accidentel	0%	2010-2017
Incapacité / Décès	0%	2010-2017

TABLE 12 – Nouvelle corrélation des garanties du portefeuille privé

Il est d'ailleurs assez logique de voir que l'on obtient une corrélation positive entre l'incapacité et l'invalidité : un assuré en incapacité a plus de chance d'être invalide par rapport à un assuré qui n'est pas déclaré en incapacité.

Pour le portefeuille public, on peut noter que les garanties sont positivement liées entre elles, avec une plus forte corrélation pour les options C et D. Encore une fois, ces chiffres sont fortement impactés par le manque de données, et portent donc cet effet aléatoire. De plus, il faut savoir qu'au sein d'un même portefeuille, l'assureur augmente/diminue ses tarifs pour l'ensemble des garanties du même contrat. Ainsi, il semble logique que lorsqu'un contrat voit son prix augmenter/diminuer, l'ensemble des garanties sont impactées et cet effet est reflété au niveau des résultats de corrélation.

4.2.5 Introduction de la corrélation dans le modèle

L'objectif de cette étape est de modifier la sinistralité moyenne de chacune des garanties pour chaque année de projection.

Pour cela, nous procédons en plusieurs étapes : on simule une première fois la sinistralité de la garantie de référence, puis, en fonction du résultat de cette simulation, la sinistralité des différentes garanties sera modifiée grâce aux coefficients de corrélation.

Ainsi, nous commençons par effectuer une première simulation de la garantie de référence : la garantie incapacité dans le portefeuille privé, et l'option A1 dans le portefeuille public. Puis, nous calculons pour chaque année de projection de la garantie de référence, l'écart à la moyenne (en relatif) qui correspond à la différence entre la valeur obtenue par la simulation et la moyenne cible de la garantie de référence.

Afin d'être plus compréhensible, nous pouvons donner un exemple. Dans le portefeuille privé, la garantie de référence est l'incapacité. Admettons que la simulation de l'incapacité donne un S/C de 134% pour 2021 et que la moyenne cible est de 102%. On calcule l'écart à la moyenne : $écart_{2021} = \frac{134\%}{102\%}1 = 31,4\%$

Puis, l'objectif est d'appliquer linéairement sur les autres garanties, la même influence que la garantie de référence. Ainsi, nous venons modifier pour chaque année, la moyenne cible des autres garanties par la formule :

$$MCN_i = MC_i * (1 + corr_{gar} * écart_i) \quad (23)$$

où

- MCN_i : Nouvelle moyenne cible de l'année i ;
- MC_i : Moyenne cible de l'année i (introduite en paramètre) ;
- $corr_{gar}$: Corrélation entre la garantie étudiée et la garantie de référence ;
- $écart_i$: l'écart à la moyenne de la garantie de référence pour l'année i .

On peut revenir sur notre exemple afin de voir le résultat de cette application. On suppose que la moyenne cible 2021 de l'invalidité est de 180% et la corrélation entre l'incapacité et l'invalidité est de 40% , on corrige la moyenne cible 2021 de l'invalidité par : $180\% * (1 + 40\% * 31,4\%) = 202,6\%$. Ainsi, la moyenne cible 2021 de l'invalidité n'est plus 180% mais 202,6%.

Ce raisonnement est appliqué pour chacune des années de projection. Ainsi, on a pu par ce moyen, modifier la moyenne de la loi normale. La volatilité quant à elle, reste inchangée.

Les différents paramètres de la distribution ayant de nouveaux été calibrés, on peut simuler pour chaque année i des 5 prochaines années, les projections des différentes garanties.

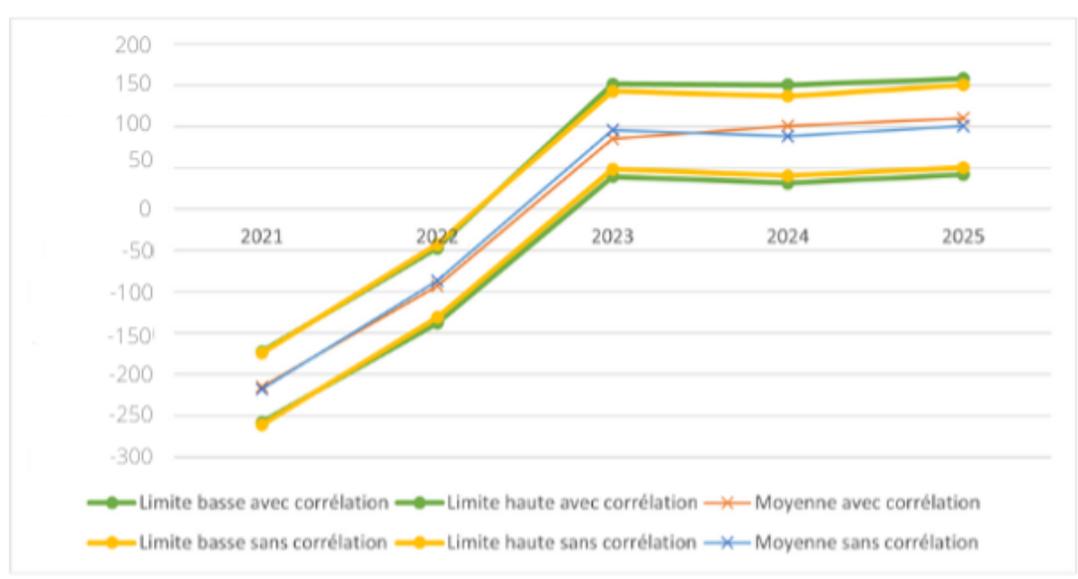


FIGURE 36 – Comparaison des modèles sur les résultats du portefeuille privé

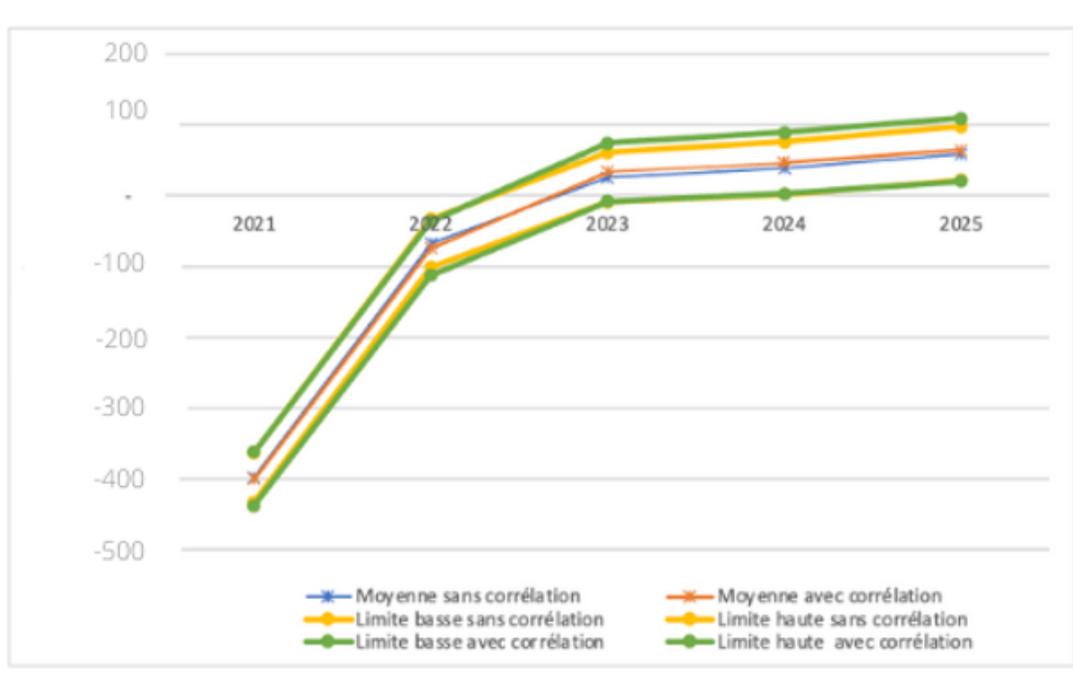


FIGURE 37 – Comparaison des modèles sur les résultats du portefeuille public

Sur ces deux graphiques, nous pouvons noter que les deux modélisations restent assez proches : le fait d'ajouter une corrélation n'influence pas tellement les résultats.

Cependant, nous pouvons tout de même remarquer que les modélisations dans lesquelles nous avons rajouté une corrélation entre les garanties, permettent d'obtenir des intervalles de confiance moins précis, notamment sur les 3 dernières années de projection.

En effet, nous obtenons des intervalles de confiance avec une étendue plus élevée car le fait d'ajouter une corrélation augmente la volatilité des différentes garanties.

De plus, nous pouvons également noter que les intervalles de confiances des premières années de projection, notamment pour 2021 sont assez proches. En effet, cela est cohérent avec notre modèle car l'aléa a été rajouté uniquement sur les années futures et non sur les années antérieures. En d'autres termes, la modélisation des flux historiques repose uniquement sur des méthodes déterministes. Ainsi, plus s'écarte de 2021, plus les modèles donnent des résultats différents car on ajoute de plus en plus d'aléa. Cependant, il faut noter que si l'on veut plus se rapprocher de la réalité, il aurait fallu rajouter une distribution stochastique sur les différentes cadences de règlements modélisées.

En outre, notons tout de même que cette corrélation n'est étudiée qu'à titre informatif et ne donne aucune certitude sur les années futures. En effet, nous nous sommes basés sur la sinistralité historique mais nous disposons uniquement d'une sinistralité des 10 dernières

années environ. Ainsi, la corrélation qui ressort ne certifie en aucun cas la réalité des faits. Nous savons que les garanties sont forcément liées entre elles, mais les chiffres calculés peuvent simplement être le résultat du hasard. Pour l’avenir, nous n’avons en réalité aucune certitude sur la réalisation d’une même corrélation. Il est évident que les garanties sont liées entre elles, mais il est impossible à ce stade de déterminer le lien exact.

4.2.6 Corrélation entre les deux portefeuilles

L’assureur comporte deux types d’assurés différents : les agents relevant de la fonction publique, ou les travailleurs du privé. Cependant, malgré cette distinction, il est possible que les deux portefeuilles soient corrélés entre eux. Nous pouvons revenir sur l’exemple des arrêts de travail afin d’illustrer ce propos.

Ainsi, nous avons repris dans le schéma suivant les principaux motifs d’arrêt de travail en 2020 :

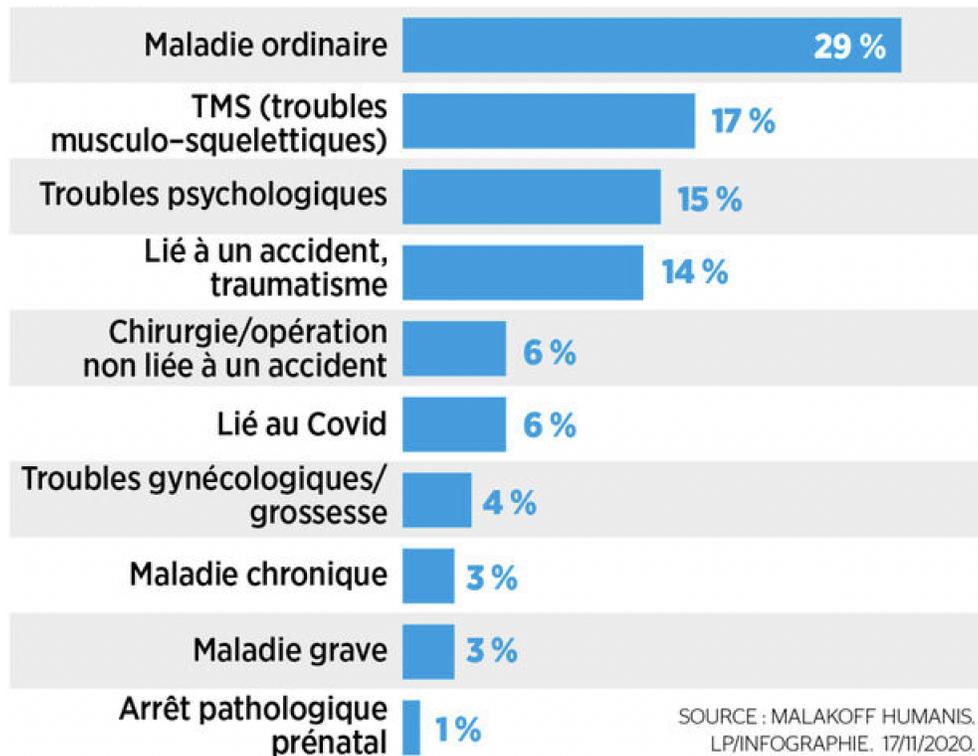


FIGURE 38 – Principaux motifs d’arrêt de travail, 2020

Nous pouvons voir sur ce schéma que les arrêts de travail sont principalement causés par les maladies ordinaires (comme un rhume ou une gastro par exemple). En outre, nous pouvons

voir que les pandémies telles que la Covid ne sont pas négligeables et représentent environ 6% des arrêts de travail.

Ainsi, dans le cas d'une pandémie par exemple, ce n'est pas le statut de l'assuré (salarié du secteur privé ou agent de la fonction publique) qui déterminera si l'assuré contractera la maladie ou non. En effet, certaines personnes sont plus exposés à certains risques mais cette exposition n'est pas dû à son statut.

En ce sens, la corrélation entre les deux portefeuilles de l'assureur a été étudiée dans le cadre de ce mémoire. De la même manière que les garanties au sein de chaque portefeuille, l'idée était de calculer un coefficient de corrélation pondéré pour chacune des garanties.

Pour cela, il a fallu choisir une garantie qui servirait de référence afin de pouvoir faire notre étude : nous avons choisi la garantie incapacité du portefeuille privé.

Nous pouvons reprendre les résultats dans le tableau suivant :

	Corrélation pondérée	Période d'étude
Incapacité/A1	-1%	2010-2017
Incapacité/A2	29%	2010-2017
Incapacité/B	31%	2010-2017
Incapacité/C	11%	2010-2017
Incapacité/D	-31%	2010-2017

TABLE 13 – Corrélation entre les deux portefeuilles

Sur ce tableau, nous pouvons noter que les coefficients de corrélation sont relativement faibles. La garantie incapacité du portefeuille privé et les garanties du portefeuille public semblent être indépendantes.

En outre, ces résultats sont encore une fois fortement impactés par le manque de données et sont donc aléatoires. En effet, nous pouvons étudier uniquement la corrélation de sinistralité des 10 dernières années car ce sont les seules données disponibles pour notre étude. De plus, il faut savoir que plus le résultat de sinistralité est récent (proche de 2020), plus il correspondra à une projection et non un résultat certain.

En définitive, nous avons privilégié l'hypothèse d'une indépendance des deux portefeuilles, comme scénario central : il n'est donc pas nécessaire d'ajouter un paramètre supplémentaire dans le modèle.

En outre, ce choix a également été motivé par le fait que l'augmentation/la diminution des tarifs des différents contrats se fait séparément pour chacun des portefeuilles. En effet, un

ajustement de prix de l'un des portefeuilles n'influe pas sur l'autre portefeuille. C'est d'ailleurs pour cette raison que la modélisation de la garantie santé a été effectuée indépendamment de la prévoyance : l'assureur vend les 2 contrats isolément.

Conclusion

Afin de permettre à Relyens, une projection détaillée de ses résultats futurs sur les 5 prochaines années, une étude semblait être nécessaire. C'est dans cet objectif que ce mémoire d'actuariat a été réalisé.

Dans cette étude, après avoir effectué un rappel des bases de la protection sociale, nous avons commencé par étudier les différents portefeuilles de l'assureur. Puis, dans l'objectif d'élaborer un *business plan* pour chacun des portefeuilles, nous avons mis en place différentes méthodes déterministes afin de pouvoir projeter la charge sinistre future, tout en cherchant à appliquer la méthode la plus adaptée à nos données. Ainsi, nous avons réussi à obtenir des résultats de projection beaucoup plus fiables par rapport aux modélisations classiques qui n'intègrent pas les résultats BONI/MALI des années précédentes. Ce mémoire permet donc à l'assureur d'améliorer nettement ses résultats par rapport à ceux qui étaient obtenus jusqu'à maintenant.

De plus, dans notre étude, la projection a eu lieu grâce à différentes hypothèses de sinistralité. Grâce à ces hypothèses, l'assureur pourra se servir de ce modèle afin de pouvoir simuler les conséquences d'un choc sur une garantie en particulier : en effet, il aura simplement à entrer un coefficient de sinistralité, et les résultats sur les 5 prochaines années découleront automatiquement. D'ailleurs, il faut savoir que le choc n'est pas forcément immédiat. Ainsi, ce choix de sinistralité permettra de mesurer l'effet en fonction de chaque garantie sur plusieurs années, et de simuler même ses résultats dans le cas extrême d'une pandémie par exemple. La modélisation pourra donc servir à simuler les conséquences qui vont être engendrées par un choc, sur plusieurs années, sur la sinistralité d'une garantie en particulier, ou alors même du contrat.

Dans la suite de l'étude, l'objectif a été d'introduire une distribution stochastique sur les différentes hypothèses afin de pouvoir mesurer l'effet d'une incertitude sur les résultats. Ainsi, l'assureur peut obtenir grâce à ce modèle, plusieurs scénarios de projection et non plus un seul, et peut donc avoir une idée de ses résultats grâce à des intervalles de confiance. En effet, ces scénarios lui permettront d'obtenir une estimation plus précise de ses résultats des 5 prochaines années, et donc prendre au fur et à mesure les mesures nécessaires.

Lors de l'introduction de la distribution stochastique, la corrélation entre les différentes garanties a été étudiée dans le but de se rapprocher de la réalité dans le modèle. Cependant, l'assureur possède d'un historique d'environ 10 années pour la plupart des différentes garanties. Ayant très peu de données, l'étude des différentes corrélations n'est donc pas optimale et les résultats obtenus comportent un effet aléatoire.

À la fin de notre étude, nous avons pu d'ailleurs représenter les différents résultats de la modélisation pour chacune des garanties, mais aussi pour chaque contrat afin de voir la rentabilité de chacun d'entre eux. On peut noter que le modèle prédit des résultats déficitaires pour l'ensemble des contrats pour l'année 2021. Ces chiffres sont principalement dû à la pandémie, qui a fortement frappée l'assureur. Les hypothèses 2021 ont été ajustées grâce aux chiffres réels obtenus en 2021 par l'assureur. Puis, dans la suite du modèle, les autres hypothèses ont été fixées de sorte à obtenir une sinistralité d'environ 80% en 2025 (hors frais).

Cependant, le modèle construit présente également plusieurs limites. Tout d'abord, on peut noter que l'aléa a été introduit uniquement sur le futur et non sur les années antérieures. En effet, les différentes cadences obtenues pour chacune des garanties restent déterministes alors que nous n'avons aucune certitude sur la réalisation exacte de celles-ci. Ce risque est d'ailleurs plus élevée pour les garanties à cadences longues.

Par ailleurs, on peut également noter que le modèle repose sur un ensemble d'hypothèses fixées garantie par garantie. Ainsi nous pouvons voir grâce au modèle que l'assureur doit nettement améliorer ses résultats de sinistralité afin d'être à l'équilibre dans 5 ans, mais une étude complémentaire est nécessaire afin de déterminer comment atteindre ces objectifs. En effet, le modèle ne permet pas de déterminer quels sont les ajustements à effectuer sur les tarifs afin de parvenir aux différentes cibles prises dans la modélisation. Cette étude sera d'ailleurs menée en interne en se basant sur les premiers résultats de cette modélisation.

En utilisant à la fois des méthodes déterministes et stochastiques, une analyse complète et rigoureuse des flux en assurance de personnes a été effectuée. Ainsi, ce mémoire est une contribution importante à la recherche sur la modélisation des flux en assurance de personnes dans un contexte de protection sociale et peut aider à améliorer la gestion des risques en fournissant des informations précieuses sur les tendances passées et les prévisions des sinistres futurs.

De plus, les résultats de cette étude peuvent également être utiles pour les organismes de réglementation qui cherchent à évaluer la solvabilité des assureurs. En effet, en ayant une meilleure compréhension des tendances passées et des prévisions de sinistres futurs, les organismes de réglementation peuvent surveiller plus efficacement les assureurs et s'assurer

qu'ils disposent des ressources financières suffisantes pour faire face aux sinistres futurs.

Références

- [1] AG2R LA MONDIALE [Loi Evin et maintien de la mutuelle d'entreprise : comment ça marche?]. [En ligne]
Disponible sur : <https://www.ag2rlamondiale.fr/sante-prevoyance/mutuelle-sante/conseil-la-loi-evin-comment-ca-marche>
- [2] Assurances Info [La loi Evin sur les contrats professionnels de prévoyance]. [En ligne]
Disponible sur : <http://www.assurances.info/prevoyance/la-loi-evin-sur-les-contrats-professionnels-de-prevoyance/>
- [3] B. Zehnwirth, The Chain Ladder technique - A stochastic model.
- [4] Culture Branches [Les obligations de la Loi Evin]. [En ligne]
Disponible sur : <https://www.ag2rlamondiale.fr/culture-branches/mise-en-place-d-un-accord/les-obligations-de-la-loi-evin>
- [5] Damien FABRE RUDELLE [Apport des méthodes d'apprentissage statistique pour le provisionnement individuel en assurance non-vie]. [Mémoire]
- [6] Drees Solidarité [Cadre juridique et institutionnel des établissements de santé]. [En ligne]
Disponible sur : <https://drees.solidarites-sante.gouv.fr>
- [7] Éric GETTLER [Sinistres attritionnels en non-vie : quelles méthodes de provisionnement?]. [Mémoire]
- [8] Fiches Pratiques [Qu'est-ce que le secteur privé?]. [En ligne]
Disponible sur : <https://fiches-pratiques.chefdentreprise.com/Thematique/creation-entreprise-reprise-1049/FichePratique/Comment-definir-le-secteur-privé-354269.htm>
- [9] Groupe de travail "Best Estimate Liabilities Non-vie". [En ligne]
Disponible sur : https://www.institutdesactuaires.com/global/gene/link.php?news.link=2016110706_2016133810-npa3-1.pdf&f=1
- [10] HOPITAL.FR [Les établissements de santé privé]. [En ligne]
Disponible sur : <https://www.hopital.fr/Nos-Missions/L-hopital-au-sein-de-l-organisation-generale-de-la-sante>
- [11] Julia KAGAN, Chain Ladder Method – CLM.
- [12] Le portail de la Fonction publique [Régime de protection sociale des fonctionnaires]. [En ligne]
Disponible sur : <https://www.fonction-publique.gouv.fr/regime-de-protection-sociale-des-fonctionnaires-conges-pour-maladie-et-accident>

[13] Les clés du social [La longue et chaotique histoire de la protection sociale complémentaire des fonctionnaires]. [En ligne]

Disponible sur : <https://www.clesdusocial.com/la-longue-et-chaotique-histoire-de-la-protection-sociale-complementaire-des-fonctionnaires>

[14] Previssima, Tout sur ma protection en ligne [Déf. Assurance de personnes]. [En ligne]

Disponible sur : <https://www.previssima.fr/lexique/assurance-de-personnes.html>

Table des figures

1	La revalorisation des rentes	16
2	La durée de vie d'un sinistre	20
3	Répartition du secteur public, 2019	24
4	Répartition du secteur privé par activité, 2021	26
5	Répartition du secteur privé par établissement, 2021	27
6	Garanties du personnel relevant du droit public	30
7	Schéma simplifié des hypothèses utilisées dans le <i>business plan</i>	38
8	Schéma simplifié du <i>business plan</i>	39
9	D-triangle de la garantie incapacité	46
10	Représentation graphique des $f_{i,1}$	46
11	Représentation graphique des règlements cumulés en incapacité	47
12	Représentation graphique des cadences de règlements en incapacité	48
13	Résumé des différentes étapes de la modélisation	49
14	D-triangle de la garantie invalidité	50
15	Projection des règlements cumulés en invalidité	51
16	Nouvelle projection des règlements cumulés en invalidité	52
17	Modélisation de la garantie invalidité	53
18	Cadence de projection de la garantie invalidité	54
19	Cadence de projection de la garantie décès	55
20	Comparaison des cadences de projection de la garantie décès	56
21	Cadence de projection de la garantie décès accidentel	57
22	Comparaison des cadences de projection de la garantie décès accidentel	57
23	Cadence de projection de la garantie santé	58
24	Représentation graphique des règlements cumulés de l'option A1	61
25	Lissage de la cadence de règlements de l'option A2	63
26	Cadences de projection des options du portefeuille public	64

27	Résumé de la méthode de projection	68
28	Comparaison des résultats du portefeuille privé	69
29	Comparaison des résultats du portefeuille public	69
30	Résultats de la marge brute du portefeuille privé en fonction du nombre de simulations	76
31	Marge brute du portefeuille privé (toutes garanties confondues)	78
32	Marge brute du portefeuille public (toutes garanties confondues)	78
33	Marge brute de la garantie incapacité	79
34	Sinistralité historique des garanties du portefeuille privé	80
35	Sinistralité historique des garanties du portefeuille public	80
36	Comparaison des modèles sur les résultats du portefeuille privé	83
37	Comparaison des modèles sur les résultats du portefeuille public	84
38	Principaux motifs d'arrêt de travail, 2020	85
39	Marge brute de la garantie incapacité	96
40	Marge brute de la garantie invalidité	96
41	Marge brute de la garantie décès toutes causes	96
42	Marge brute de la garantie décès accidentel	97
43	Marge brute de la garantie santé	97
44	Marge brute de l'option A1	98
45	Marge brute de l'option A2	98
46	Marge brute de l'option B	98
47	Marge brute de l'option C	99
48	Marge brute de l'option D	99

Liste des tableaux

1	Garanties du personnel relevant du droit privé	32
2	Triangle des règlements cumulés	37
3	Triangle des charges cumulées	37
4	Triangle des règlements cumulés en incapacité	45
5	Triangle des règlements cumulés pour les options A1, B, C et D	59
6	Triangle des règlements cumulés pour l'option A2	60
7	Tableau des règlements incrémentaux	65
8	Tableau des provisions <i>Best Estimate</i>	66
9	Triangle des provisions réelles	67
10	Corrélation des garanties du portefeuille privé	81
11	Corrélation des garanties du portefeuille public	81
12	Nouvelle corrélation des garanties du portefeuille privé	81
13	Corrélation entre les deux portefeuilles	86

Annexes

.1 Résultats du portefeuille privé

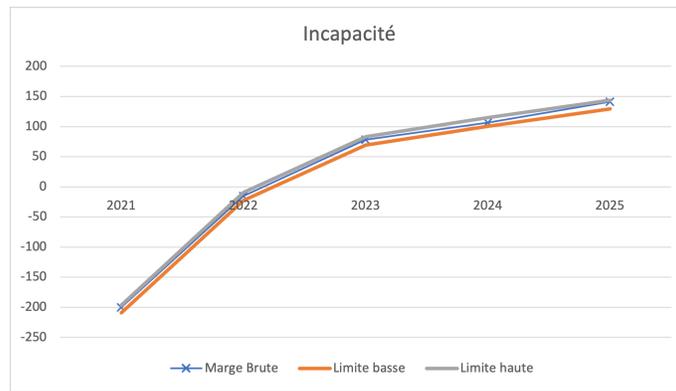


FIGURE 39 – Marge brute de la garantie incapacité

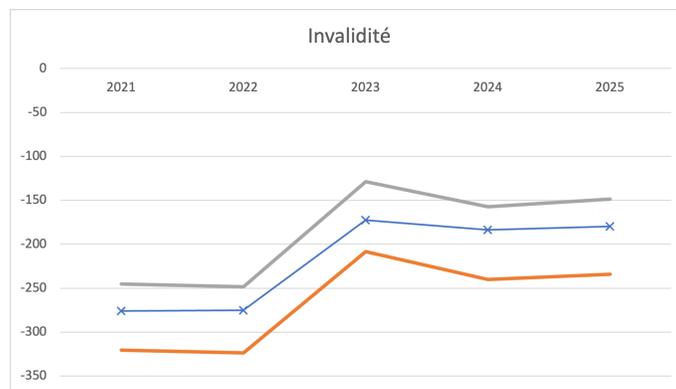


FIGURE 40 – Marge brute de la garantie invalidité

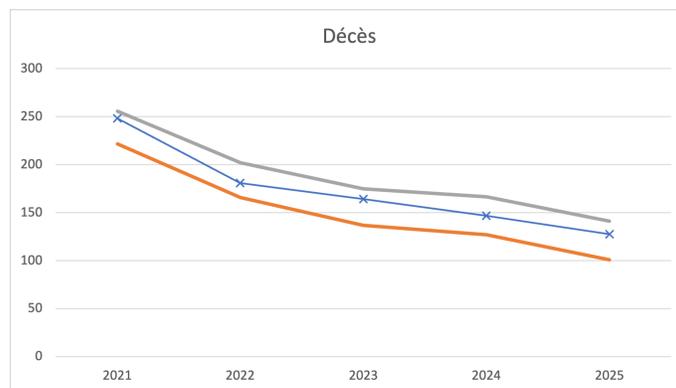


FIGURE 41 – Marge brute de la garantie décès toutes causes

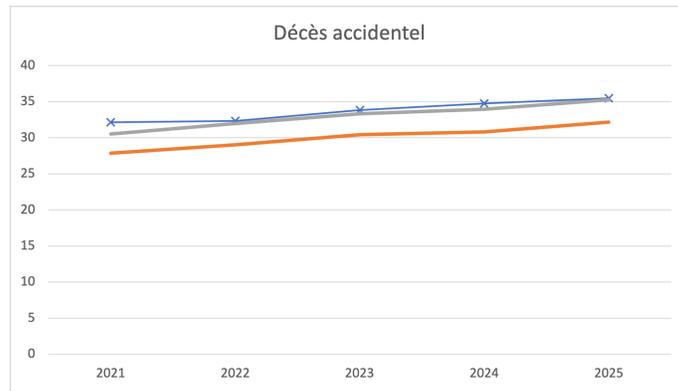


FIGURE 42 – Marge brute de la garantie décès accidentel

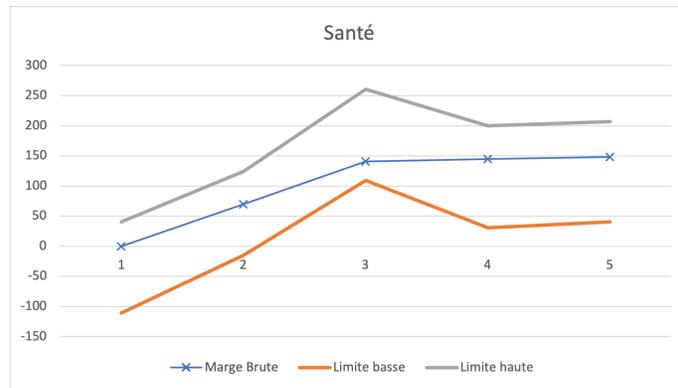


FIGURE 43 – Marge brute de la garantie santé

.2 Résultats du portefeuille public



FIGURE 44 – Marge brute de l'option A1

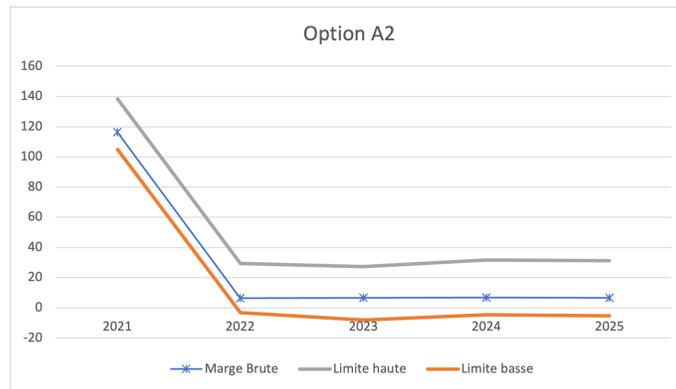


FIGURE 45 – Marge brute de l'option A2

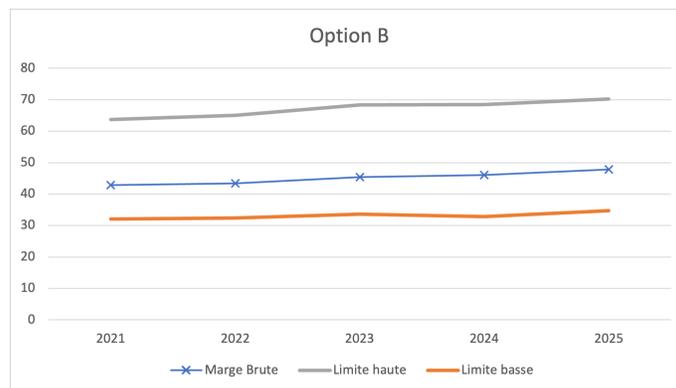


FIGURE 46 – Marge brute de l'option B

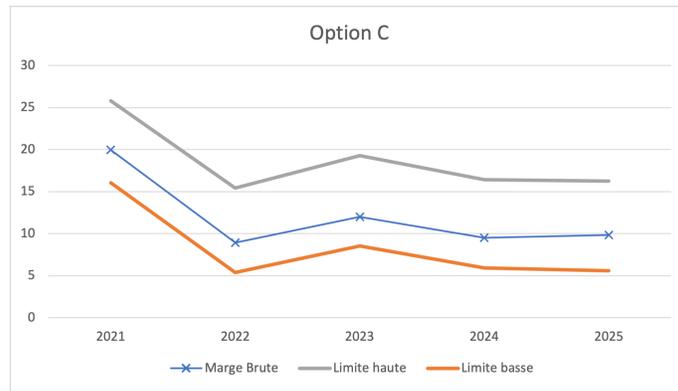


FIGURE 47 – Marge brute de l'option C

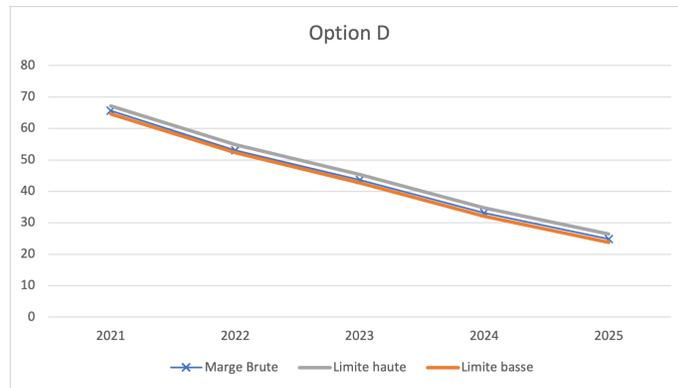


FIGURE 48 – Marge brute de l'option D